



# ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

Том 10



Москва 1991

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР  
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ВСЕСОЮЗНЫЙ ИНСТИТУТ НАУЧНОЙ И ТЕХНИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ  
(ВИНИТИ)

# ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ

---

СЕРИЯ

## ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

Том ' 10

Часть 1

Под редакцией В. Д. Шафранова

Серия издается с 1980 г.



МОСКВА 1991

Главный редактор информационных изданий ВИНТИ  
профессор *П. В. Нестеров*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

информационных изданий ВИНТИ по физике

Главный редактор — академик *Б. Б. Кадомцев*

Члены редакционной коллегии:

- к. ф.-м. н. *В. Е. Асрибеков* (зам. главного редактора),  
к. ф.-м. н. *О. М. Атаев*, чл.-корр. АН СССР *А. М. Афанасьев*,  
д. ф.-м. н. *С. А. Ахманов*,  
к. ф.-м. н. *О. Н. Бокша* (ученый секретарь редколлегии),  
чл.-корр. АН СССР *Ф. В. Бункин*, д. ф.-м. н. *А. И. Карчевский*,  
д. ф.-м. н. *Б. С. Непорент*, акад. *Л. Б. Окунь*,  
к. ф.-м. н. *Я. А. Пяста*, д. ф.-м. н. *В. Б. Сандомирский*,  
д. ф.-м. н. *А. Ф. Тулинов*, чл.-корр. АН СССР *В. Д. Шафранов*

Ответственный за выпуск *О. Л. Алёхина*

## ОТ РЕДАКТОРА

Преобладающая доля исследований в области физики плазмы и управляемого термоядерного синтеза приходится на токамаки. Очень большое количество информации о происходящих в плазме токамака процессах стали получать в последние годы на крупнейших токамаках. Выход на параметры плазмы, близкие к необходимым для реактора, с одной стороны, привели к разработке проекта термоядерного реактора на основе токамака, а с другой — усилили активность физиков в решении еще не разгаданных загадок поведения тороидальной плазмы токамака. В эти исследования неизбежно привлечение новых сил. Между тем, обилие огромного количества экспериментальных и теоретических работ по токамакам затрудняет знакомство с предметом. Да и непосредственно работающим в этой области трудно держать в поле зрения даже общие контуры всего массива имеющийся информации.

В обзоре академика Б. Б. Кадомцева «Основы физики плазмы токамака», составляющем содержание данного выпуска, поставлена цель дать в доступной форме общий обзор основных идей и установившихся представлений в физике плазмы токамаков. Изложены физические основы и статус токамаков. Приведены краткие сведения о теории равновесия и основных видах ее неустойчивостей, лимитирующих удержание плазмы. Рассмотрены полуэмпирические подходы к изучению теплопереносов и диффузии плазмы, основанные на применении законов подобия и размерности. Описаны наблюдаемые проявления крупномасштабных неустойчивостей плазмы, ограничивающие область рабочих режимов токамака. Даны простейшие теоретические представления о переносах. Описано многообразие различных наблюдаемых режимов с различной степенью «аномальности» удержания плазмы. На основе идеи самоорганизации плазмы, удерживаемой в магнитном поле, предложен оригинальный механизм аномального теплопереноса в токамаке, связанный с представлениями о мелкомасштабной «островной» структуре с учетом эффектов кривизны тора, находящейся в самосогласованном взаимодействии с ионами. В последних двух разделах кратко описаны методы нагрева и поддержания тока в токамаке, а также некоторые проблемы физики реакторной плазмы, возникающие при появлении в ней энергичных заряженных частиц — продуктов термоядерной реакции.

Систематизация в обзоре огромного массива информации по токамакам вместе с доступностью изложения делает обзор полезным как читателям, впервые знакомящимся с проблемами токамака, так и специалистам.

В серии ИНТ «Физика плазмы» ранее были опубликованы следующие обзоры по токамакам: *Токамаки* (1-й том, автор В. С. Муховатов), *Физика плазмы крупных токамаков* (6-й том, автор Б. Б. Кадомцев), *Основы оптимизации токамаков* (7-й том, авторы Л. Е. Захаров и С. В. Путвинский).

В настоящий том не вошел планировавшийся ранее обзор «Эмпирические закономерности удержания энергии в токамаке» (авторы Ю. В. Есипчук и П. Н. Юшманов). Он будет опубликован в дополнительном выпуске: Т. 10. Плазма токамаков (часть 2).

В. Д. Шафранов

## ОСНОВЫ ФИЗИКИ ПЛАЗМЫ ТОКАМАКА

Б. Б. Кадоццев

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение	6
2. Этапы развития токамаков	11
3. Концепция и статус токамаков	15
4. Равновесие плазмы	34
5. Устойчивость	39
5.1. Винтовая неустойчивость	40
5.1.1. Редуцированные МГД-уравнения	42
5.1.2. Линейное приближение	44
5.1.3. Магнитные пузыри	45
5.2. Желобковая неустойчивость	47
5.3. Внутренняя винтовая мода	48
5.4. Тиринг-неустойчивость	49
5.5. Баллонная неустойчивость	53
5.6. Дрейфовая неустойчивость	54
6. Плазма — сложная система	58
6.1. Подобие и размерность	59
6.2. Размерный анализ токамаков	62
6.3. Числа Мураками и Хьюгелла	65
6.4. Размерный анализ удержания энергии	67
7. Нелинейная активность плазмы	72
7.1. Колебания Мирнова	72
7.2. Пилообразные колебания	73
7.3. Неустойчивость срыва	77
7.4. Веерная неустойчивость	81
7.5. «Фиш-бон»-неустойчивость	82
7.6. Моды, локализованные на краю плазмы	84
7.7. «Марфе»	85
8. Термоизоляция плазмы	86
8.1. Неоклассическая теория переносов	87
8.2. Бутстрэп-ток	91
8.3. Режимы удержания	94
8.4. Скейлинги	101
8.5. Теплопроводность, диффузия, вязкость	103
9. Самоорганизация плазмы	106
9.1. Согласованность профилей	106
9.2. Оптимальные профили	109
9.3. Спонтанное нарушение симметрии	114
9.4. Физика переносов	123
10. Нагрев и поддержание тока	130
10.1. Омический нагрев	131
10.2. Инжекция нейтралов	132

10.3. Ионно-циклотронный резонанс . . . . .	133
10.4. Нижнегибридный резонанс . . . . .	133
10.5. Электронно-циклотронный резонанс . . . . .	134
10.6. Другие схемы нагрева . . . . .	136
11. Реакторная плазма . . . . .	136
12. Заключение . . . . .	140
13. Список использованных источников информации . . . . .	141

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В любой области науки и техники время от времени возникает потребность подвести определенные итоги на некотором этапе ее развития. Фактически речь идет о своего рода «сжатии» информации, т. е. о представлении в компактной форме основных результатов многочисленных публикаций в виде статей, отчетов, докладов на конференциях. Именно такая потребность назрела в настоящее время в исследованиях на токамаках, и тому есть несколько причин.

Первая, но не главная из них, состоит в поистине гигантском массиве информации. Даже человеку искушенному, длительное время работающему в данной области исследований, и то не всегда удается быстро ориентироваться в огромном количестве публикаций, замечать наличие сходства или противоречий между различными результатами, а тем более составлять точное критическое суждение относительно уровня тех или иных опубликованных результатов, зачастую достаточно сырых, что стало довольно типичным в наше время.

Вторая, более важная причина состоит в том, что именно в настоящее время достигнута определенная ясность в понимании основных принципов, управляющих поведением высокотемпературной плазмы в токамаках. Эти принципы можно теперь достаточно четко сформулировать, и есть большая вероятность, что они «выстоят» и на последующих этапах экспериментальных и теоретических исследований, хотя, разумеется, и подвергнутся детальному изучению и усовершенствованию.

И, наконец, имеется еще одна причина для сжатого суммирования основных результатов исследований на токамаках. Она состоит в том, что токамаки проходят через очень важный рубеж своего развития. Пройден огромный путь упорных экспериментальных исследований на вводимых в строй все более крупных установках, которые, вместе с развитием теории, ставили своей целью изучение физики высокотемпературной плазмы и овладение плазмой как рабочим телом будущих реакторов.

Для количественной характеристики такой плазмы удобно пользоваться величиной  $Q$  — отношением мощности термоядерной реакции к подводимой извне мощности, необходимой для поддержания плазмы в стационарном состоянии. Значение  $Q =$

$=1$  соответствует так называемому «переходу через равенство» («*break-even*»), когда мощность реакции сравнивается с мощностью подогрева плазмы. Именно достижение «перехода через равенство» и служило главной целью исследований, проводимых до сих пор. К настоящему времени эта цель практически достигнута: на самом крупном европейском токамаке JET создана плазма с температурой, плотностью и уровнем теплоизоляции такими, что при использовании смеси дейтерия с тритием мощность термоядерной реакции должна быть близка к мощности подогрева плазмы. Сам эксперимент со смесью дейтерия и трития еще не проведен (эксперименты выполнены на дейтерии), но сомневаться в расчетной величине  $Q \sim 1$  оснований нет. Несколько более скромные, но того же уровня результаты получены на американском токамаке TFTR. Поэтому можно считать, что проблемы нагрева и удержания плазмы решены.

Это еще не означает, что решены абсолютно все проблемы физики термоядерной плазмы. Необходимы еще дополнительные усилия для достижения длительного горения дейтерий-тритиевой плазмы, для гарантированного удаления гелия — продукта реакции, а также других примесей из плазмы, разработки оптимальных схем и сценариев нагрева плазмы и поддержания в ней тока не омическими методами, управления профилями температуры и плотности с целью снижения вероятности срыва тока, дальнейшего увеличения давления плазмы по сравнению с давлением магнитного поля. Потребуется еще исследования, нацеленные на оптимизацию токамака-реактора и на возможный переход к более перспективным топливам, например, малорадиоактивной смеси дейтерий — гелий 3 ( $D-^3He$ ).

Но все же главное сделано — создана физическая база данных для создания термоядерного реактора. Именно поэтому в настоящее время упорно разрабатываются проекты термоядерных реакторов-токамаков. Наиболее продвинутый из них — проект Международного термоядерного экспериментального реактора ИТЭР, начатый в 1988 г. по инициативе Советского Союза.

Разработка проекта термоядерного реактора требует продолжения исследований по физике плазмы и плазменной технологии, а также выполнения специальной инженерно-технологической программы НИОКР в обоснование проекта. К работам по термоядерному синтезу привлекаются все более широкие круги научных работников и инженеров, и это обстоятельство накладывает еще один отпечаток на форму подведения итогов исследований на токамаках. А именно, они должны быть доступны не только патриархам этой области науки, но и начинающим молодым ученым и инженерам, решившим связать свою творческую активность с овладением термоядерным синтезом как практическим источником энергии. Поэтому и «компрессия» информации не должна сводиться просто к созданию «путеводителя» по опубликованным работам, а скорее, должна



давать обзор основных идей и установленных на сегодня принципиальных знаний. Во всяком случае, именно к этой цели я стремился при написании данного материала. Насколько я приблизился к ней — судить читателям.

И еще одно замечание. Плазма токамака — это сложная физическая система. В ней одновременно протекает и перекрещивается множество физических процессов. Поэтому по мере углубления исследований открываются все новые и новые более тонкие физические явления. Здесь, как на многих картинах выдающегося живописца Иеронима Босха, существует много планов восприятия и понимания. При беглом взгляде на картину вы быстро усваиваете ее суть, но при более детальном ознакомлении со вторым и третьим планами открываются новые страницы более глубокой жизни, так что ваше первоначальное понимание оказывается слишком поверхностным. В плазме токамака исследователи идут все глубже, и не во всех деталях между ними достигнуто полное согласие. Поэтому при попытке дать сжатое изложение физики токамака безусловно нельзя в равной мере учесть все имеющиеся на сегодняшней день результаты. Придется ограничиться заведомо огрубленной и упрощенной картиной. Мне, разумеется, хотелось бы при этом максимально приблизиться к реальности, так чтобы последующие исследования в минимальной мере затронули бы излагаемые основы. Но это трудно, тем более, что я не смогу удержаться от своих собственных представлений на сегодняшний день. Поэтому читателю рекомендуется уверенно принимать основные, твердо установленные результаты и не слишком критически относиться к обсуждению деталей.

Для облегчения чтения ниже приводится список используемых обозначений.

## СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- $a$  — малый радиус, полуширина горизонтального размера плазмы
- $A = R/a$  — аспектное отношение
- $A_i$  — атомный вес иона
- $b$  — полуширина плазменного шнура по вертикали
- $\mathbf{B}$  — вектор магнитного поля
- $B$  — абсолютная величина поля, тороидальное поле в упрощенных формулах
- $B_0$  — поле на магнитной оси;  $B = R_0 B_0 / R$ , где  $R_0$  — большой радиус магнитной оси
- $B_0, B_r, B_\varphi$  — тороидальное магнитное поле
- $B_z$  — вертикальное поле равновесия
- $B_\theta$  — полоидальная компонента поля
- $B_p = B_\theta(r=a)$  — полоидальное поле на границе плазмы
- $\mathbf{B}^*$  — вспомогательное поле при винтовой симметрии,  $B_{\theta}^*$  — его азимутальная компонента (ур. 59)
- $c$  — скорость света
- $D$  — коэффициент диффузии
- $e$  — заряд электрона

$E$  — вектор электрического поля  
 $E_f$  — энергия пучка нейтралов  
 $\mathcal{E}_\psi, \mathcal{E}_\varphi$  — энергия магнитного поля и гидродинамического сжатия плазмы в малых колебаниях (ур. 180)  
 $f_{ce}$  — электронная циклотронная частота  
 $f_{ci}$  — ионная циклотронная частота  
 $f_{LH}$  — гибридная частота  
 $f_L$  — фактор улучшения удержания по сравнению с  $L$ -модой  
 $F_i, F_e$  — ионный и электронный факторы подстройки накачки и затухания магнитных шумов (ур. 214)  
 $g$  — фактор Тройона в выражении для критичной величины  $\beta_c$   
 $H$  —  $n_e q R / B$  — число Хьюгелла  
 $I$  — ток в плазме  
 $I_\varphi$  — полный ток, протекающий через круг радиуса  $R$  (ур. 36)  
 $I_c = 5Ba^2/R$  — ток, соответствующий значению  $q=1$   
 $I_N = I/Ba$  — нормализованный ток  
 $j$  — локальная плотность тока  
 $j_s$  — средняя по сечению плотность тока  
 $k$  — волновое число  
 $K = b/a$  — вытянутость плазменного шнура  
 $K_i = a^2/\rho_i^2$  — квадрат отношения радиуса плазмы к среднему ларморовскому радиусу ионов  
 $l_i$  — внутренняя индуктивность единицы длины плазменного шнура  
 $L_i = 2\pi R l_i$  — внутренняя индуктивность  
 $m_e, m_i$  — масса электрона, масса иона  
 $M = n_e R / B$  — число Мураками  
 $n_e, n_i$  — локальная электронная плотность, локальная ионная плотность  
 $\langle n_e \rangle$  — среднее по хорде значение плотности  
 $\langle n_e \rangle$  — усредненная по объему плазмы плотность  
 $N_D = n(T/e^2 n)^{3/2}$  — безразмерное число, пропорциональное числу частиц в дебаевской сфере  
 $p = n_e T_e + n_i T_i$  — давление плазмы  
 $p_N$  — нейтронная нагрузка на стенку, МВт/м<sup>2</sup>  
 $P$  — мощность нагрева плазмы, МВт  
 $P_{OH}$  — мощность омического нагрева  
 $P_f$  — мощность термоядерной реакции, МВт  
 $P_\alpha$  — мощность нагрева  $\alpha$ -частицами  
 $q = B_T r / B_\theta R$  — локальный коэффициент запаса устойчивости  
 $q_a = B_T a / B_p R$  — коэффициент запаса устойчивости  
 $q_{eit} = q_* = 5B_T a b / I R$  — то же для вытянутого сечения (в простых формулах просто  $q$ )  
 $Q = P_i / P$  — отношение термоядерной мощности к мощности нагрева плазмы  
 $Q_{DT}^*$  — расчетная величина  $Q$  для дейтерий-тритиевой плазмы  
 $r$  — текущий малый радиус  
 $r_s$  — точка резонанса, где  $q(r_s) = m/n$ ; радиус инверсии пилообразных колебаний  
 $r_0 = e^2 / m_e c^2$  — классический радиус электрона  
 $R$  — текущий радиус в цилиндрической системе координат  $R, \varphi, z$   
 $R_0$  — большой радиус плазменного шнура  
 $S = r q' / q$  — локальный шир  
 $t$  — время  
 $T_e, T_i$  — температура электронов, температура ионов  
 $T_0 = T(0)$  — температура в центре плазмы при  $r=0$   
 $u$  — нормированная на  $v^*$  фазовая скорость дрейфовых волн  
 $U$  — напряжение обхода  
 $v$  — гидродинамическая скорость  
 $v_e, v_i$  — средняя тепловая скорость электронов, ионов:  $v_i = \sqrt{2T_i/m_i}$   
 $v^*$  — дрейфовая фазовая скорость  
 $V$  — объем плазмы  
 $w$  — полуширина магнитного острова

$W_T$  — энергосодержание плазмы  
 $W$  — поток тепла на стенку камеры  
 $x = r - r_s$  — расстояние от точки резонанса  
 $y = r\theta$  — координата вдоль поперечного сечения магнитной поверхности  
 $Z_{eff}$  — эффективное зарядовое число ионной компоненты плазмы,  $Z_{eff} = \sum n_i Z_i^2 / n_e$   
 $\alpha = -8\pi r' / B^2$  — нормализованный градиент давления плазмы  
 $\alpha$  — амплитуда винтового возмущения полоидального потока (ур. 70)  
 $\alpha_z$  — показатель спада по радиусу поля равновесия  $B_z$   
 $\beta$  — отношение давления плазмы и давления магнитного поля:  $\beta = 8\pi \langle \rho \rangle / B_p^2$ ,  
 $\beta_\theta = 8\pi \langle \rho \rangle / B_\theta^2$ ,  $\beta_p = 8\pi \langle \rho \rangle / B_p^2$ .  
 $\beta_\alpha$  — отношение давления  $\alpha$ -частиц к давлению магнитного поля  
 $\gamma$  — показатель адиабаты, для плазмы  $\gamma = 5/3$   
 $\gamma_{CD}$  — эффективность неомического поддержания тока  
 $\Gamma$  — плотность вихря  
 $\Gamma_n$  — поток частиц  
 $\Gamma_e$  — поток тепла электронов  
 $\Gamma_i$  — поток тепла ионов  
 $\delta$  — треугольность поперечного сечения плазмы  
 $\Delta$  — смещение шнура по Шаfranову (ур. 32)  
 $\Delta'$  — величина разрыва производной  $\psi$  (ур. 56)  
 $\epsilon = r/R$  — локальная тороидальность  
 $\eta$  — резистивность, удельное сопротивление плазмы  
 $\eta_i = d \ln T_i / d \ln n$  — отношение относительных градиентов ионной температуры и плотности  
 $\kappa = -(dn/dr) (1/n)$  — относительный градиент плотности  
 $\kappa_T = -(dT/dr) (1/T)$  — относительный градиент температуры  
 $\kappa_e = n_e \chi_e$  — коэффициент электронной теплопроводности  
 $\kappa_i = n_i \chi_i$  — коэффициент ионной теплопроводности  
 $\lambda$  — эффективный потенциал (ур. 82)  
 $\lambda$  — средняя длина пробега (ур. 100)  
 $\Lambda = c/\omega_{pe}$  — лондоновская длина, глубина проникновения магнитного поля в идеальную плазму  
 $\mu = 1/q = B_\theta R / B_T r$  — нормированный угол вращательного преобразования  
 $\nu_{e, i}$  — электронная и ионная частоты столкновений  
 $\nu_a$  — аномальная частота «столкновений»  
 $\Pi = a^2 / \Lambda^2 = 4\pi n a^2 r_0$  — безразмерная плотность, погонное число (ур. 99)  
 $\rho_{e, i}$  — ларморовский радиус электронов, ионов  
 $\rho_{\theta e}, \rho_{\theta i}$  — ларморовские радиусы в полоидальном поле  
 $\sigma = 1/\eta$  — электропроводность плазмы  
 $\tau = T_i / T_e$  — отношение температур  
 $\tau_E = W_T / P$  — энергетическое время жизни  
 $\Phi$  — азимутальный угол  
 $\Phi$  — потенциал электрического поля (нормированный, в разделе 9.3)  
 $\Phi$  — тороидальный магнитный поток  
 $\Phi_e$  — фактор подстройки электронной теплопроводности (ур. 204)  
 $\chi$  — функция тока (ур. 47)  
 $\chi_e, \chi_i$  — электронная и ионная поперечные температуропроводности  
 $\Psi$  — полоидальный магнитный поток на единицу длины цилиндрического плазменного шнура (на радиан в торе, глава 4)  
 $\Psi$  — полный полоидальный магнитный поток в торе (глава 3)  
 $\psi$  — возмущение полоидального магнитного потока  
 $\psi^*$  — магнитный поток вспомогательного поля  $B^*$   
 $\omega$  — частота малых колебаний  
 $\omega^*$  — дрейфовая частота  
 $\omega_{ce}, \omega_{ci}$  — циклотронная частота электронов и ионов  
 $\omega_{LH}$  — нижнегибридная частота  
 $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n / m_e}$  — ленгмюровская частота  
 $\omega_A = k \sqrt{B^2 / 4\pi m_i n}$  — альвеновская частота  
 $\omega_{A\theta}$  — альвеновская частота в полоидальном магнитном поле

## 2. ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ТОКАМАКОВ

Для судьбы человека очень важно, кто был его родителями, кто научил его первым шагам, первым словам, первым мыслям. То же самое относится и к научному направлению: очень важно, кто стоял у его истоков и кто начинал его развивать. Можно сказать и наоборот: глубина и масштабность духа тех, кто порождает научное направление, определяет и уровень этого направления.

В этом отношении токамакам повезло. У их истоков стояли крупный физик-теоретик Игорь Евгеньевич Тамм и один из крупнейших физиков и мыслителей нашего времени Андрей Дмитриевич Сахаров. В своей нобелевской лекции [1] премии мира А. Д. Сахаров так вспоминает об этом эпизоде своей жизни: «25 лет назад мне, вместе с моим учителем, лауреатом Нобелевской премии по физике Игорем Евгеньевичем Таммом, довелось стоять у начала исследований по управляемой термоядерной реакции в нашей стране. Сейчас эти работы приобрели огромный размах, исследуются самые различные направления, от классических схем магнитной термоизоляции до методов с использованием лазеров».

Главной идеей основополагающих работ А. Д. Сахарова и И. Е. Тамма [2—4] была идея магнитной термоизоляции: помещенная в сильное магнитное поле высокотемпературная плазма должна обладать резко пониженной теплопроводностью поперек магнитного поля из-за того, что траектории заряженных частиц представляют собой компактные винтовые линии, навитые на силовые линии магнитного поля. В продольном направлении термоизоляция отсутствует, поэтому силовые линии следует замкнуть, так чтобы пучок силовых линий образовал тороид. Но здесь возникает новая трудность: тороидальное магнитное поле неоднородно, а в неоднородном поле заряженные частицы испытывают систематический дрейф, так что термоизоляция нарушается. Чтобы восстановить термоизоляцию, А. Д. Сахаров предложил пропустить ток либо по проводящему витку, расположенному на круговой оси тора, либо просто по плазменному витку: конфигурация поля в виде вложенных друг в друга тороидальных магнитных поверхностей была хорошо известна и даже была описана в учебнике И. Е. Тамма [5]. Этим предложением был сделан главный шаг к концепции токамака, но потребовалось еще много усилий, чтобы довести ее до современного уровня.

Исследования по управляемому термоядерному синтезу с магнитным удержанием плазмы начались практически сразу же после того, как была сформулирована идея магнитной термоизоляции. Экспериментальные работы возглавил Л. А. Арцимович, а теоретические исследования М. А. Леонтович. Первые эксперименты пошли по более простому пути изучения пинчей — са-

мосжатых газовых разрядов. И только после того, как обнаружались многочисленные неустойчивости удерживаемой магнитным полем плазмы, интересы экспериментаторов вновь вернулись к исходному варианту Тамма—Сахарова. В 1955 г. И. Н. Головин и Н. А. Явлинский с группой молодых, энергичных сотрудников начали эксперименты на тороидальной установке ТМП [5], где возбуждаемый вихревым электрическим полем тороидальный разряд был помещен в достаточно сильное тороидальное магнитное поле. Для предотвращения расталкивания шнура по большому радиусу по предложению А. Д. Сахарова был добавлен проводящий кожух: наводимые в нем токи отражения должны были способствовать центрировке плазменного шнура. Несколько позднее был предложен и новый термин, собирающий вместе основные элементы плазменной установки: токамак — тороидальная камера с магнитными катушками.

Первые результаты на тороидальных разрядах мало кого могли вдохновить, разве что только самих исследователей: плазма получалась довольно грязной и холодной. Более удачной конструкцией явилась сплошная камера из хромоникелевой нержавеющей стали: плазма стала чище. Но закономерности физики плазмы пока еще не нащупывались. Поэтому и теория на первых порах развивалась по своей логике, почти независимо от экспериментов. Очень важной для токамаков оказалась идея стабилизации плазменного шнура сильным продольным магнитным полем [6]. Сформулированная количественно В. Д. Шафрановым [7], она объединилась после Женевской конференции 1958 г., когда были рассекречены все исследования по УТС, с аналогичным результатом М. Крускала и получила название критерия Крускала—Шафранова. Вскоре теоретически предсказанная устойчивость была подтверждена экспериментами Е. П. Горбунова и К. А. Разумовой [8].

На Женевской конференции советские физики получили возможность познакомиться с замечательной идеей стеллараторов, высказанной известным американским астрофизиком Л. Спизером. В стеллараторе тороидальный дрейф частиц компенсируется чисто внешними винтовыми магнитными полями. У нас в стране только Л. А. Арцимович ставил вопрос перед теоретиками о возможности использования магнитного поля в виде восьмерки для удержания плазмы, но эти обсуждения не дошли до уровня формулировки идеи вращательного преобразования, а тем более до экспериментальных исследований.

Наши физики вернулись с Женевской конференции воодушевленными: геометрия токамака представлялась им более простой и, соответственно, более перспективной. А возможность использования лимитера — ограничителя плазменного шнура, с успехом освоенного в стеллараторах, открывала новые пути улучшения качества плазмы. Новые установки Т-2, Т-3 и ТМ-2

шаг за шагом начали приводить к успешной поступи токамаков. Улучшились параметры плазмы, а вслед за тем стало происходить развитие теории и углубление понимания процессов, происходящих в плазме токамака. В параллель с развитием науки совершенствовалась технология, расширялись возможности диагностических средств.

В течение многих лет главной целью исследований на токамаках являлось изучение физики удержания, т. е. физики транспортных явлений в плазме: теплопроводности, диффузии, переноса примесей. На стеллараторах в то время упорно господствовала бомовская формула для диффузии, и перспективы у магнитного удержания были довольно мрачными. Первый скейлинг, т. е. упрощенная эмпирическая зависимость времени удержания энергии от основных параметров плазмы, был получен Е. П. Горбуновым, С. В. Мирновым и В. С. Стрелковым — так называемый ГМС-скейлинг. Он был гораздо более оптимистичным по сравнению с формулой Бома. Л. А. Арцимович, увидев в этом принципиальное различие двух концепций (на тот момент), стал развивать исследование таким образом, чтобы это различие стало более явным. Поскольку оценка электронной температуры по величине продольной электропроводности казалась не очень надежной, он пригласил группу экспериментаторов из Англии с вновь разработанной лазерной диагностикой. Факт высокой электронной температуры на токамаке Т-3 был подтвержден, а на Новосибирской конференции 1967 г. Л. А. Арцимович уверенно заявил о том, что удержание плазмы в токамаках лучше, чем это следует из формулы Бома. Параллельно с экспериментами шло развитие теории. Советскими и зарубежными теоретиками была исследована масса неустойчивостей плазмы, в том числе обширный класс сравнительно медленных дрейфовых неустойчивостей. А. А. Галеев и Р. З. Сагдеев развили более точную теорию столкновительных переносов, получившую название неоклассической теории [9].

Все это позволило Л. А. Арцимовичу подвести определенные итоги исследований физики токамаков в обзоре в «Ядерном Синтезе» [10]. Как следовало из сопоставления теории и экспериментов на Т-3 и Т-4, удержание ионной компоненты вполне соответствовало классике, а электроны обнаруживали аномальный перенос, который можно было описать эмпирической формулой псевдоклассической диффузии.

Несколько раньше, в 1967 г., появились две небольших статьи в журнале «Успехи физических наук» [11, 12]. В первой из них Л. А. Арцимович положительно оценивал статус и перспективы токамаков. Он подчеркнул, в частности, что для дальнейшего продвижения как в направлении повышения параметров плазмы, так и в целях углубления понимания физики удержания, необходимо развивать методы дополнительного нагрева плазмы (дополнительно к омическому нагреву). Во второй

статье Б. Б. Кадомцева утверждалось, что неустойчивости плазмы токамака не препятствуют достижению хорошего удержания плазмы, требуемого для термоядерного реактора, т. е. минимум на два порядка лучше, чем по формуле Бома. Однако для этого необходимо иметь достаточно большие размеры плазмы, так, чтобы произведение малого радиуса  $a$  на продольное магнитное поле было порядка  $10 \text{ м} \cdot \text{Тл}$ . Интересно отметить, что к выбору именно этого значения,  $aB \cong 10 \text{ м} \cdot \text{Тл}$ , пришел проект международного термоядерного реактора ИТЭР, да при этом еще с использованием вытянутого сечения плазмы, более благоприятного для ее удержания, и предположения о реализации « $H$ -моды» т. е. улучшенного режима удержания.

Экспериментальные исследования обнаруживали медленный, но неуклонный прогресс. После того, как стелларатор С Принстонской лаборатории был переделан в токамак ST, и при этом сразу же произошло резкое улучшение параметров плазмы, токамаки начали сооружаться во многих плазменных лабораториях мира.

В 1975 г. вступили в строй два крупных по тому времени токамака: T-10 в Институте атомной энергии и PLT в Принстонской лаборатории физики плазмы. На T-10 сразу же получилась достаточно чистая высокотемпературная плазма: температура поднялась до одного килоэлектронвольта, а время удержания энергии учетверилось по сравнению с T-4. Тем самым были четко продемонстрированы преимущества перехода к более крупным масштабам плазмы. На установке PLT вскоре были установлены средства для дополнительного нагрева плазмы на ионно-циклотронном резонансе, и температура ионов легко была выведена в область мультикэвных величин. Начали развиваться и другие методы нагрева: инъекция нейтральных пучков, СВЧ-нагрев на электронно-циклотронном резонансе (ЭЦР-нагрев) с помощью гиротронов, нагрев и поддержание тока на нижнегибридном резонансе и т. д.

Использование дополнительных методов нагрева помимо чисто практической цели повышения температуры оказалось очень важным для изучения физики магнитного удержания. Неожиданно обнаружилось, что дополнительный нагрев по сравнению с чисто омическим нагревом приводит к явной деградации удержания плазмы. Наиболее четко это было продемонстрировано на небольшой установке ISX-B в Ок-Ридже, где было показано также, что уровень деградации оказывается очень чувствительным к условиям на периферии плазмы. Для изучения этих явлений потребовались исследования на многих как небольших, так и крупных токамаках. Удержание плазмы в режиме омического нагрева было очень аккуратно исследовано на сравнительно небольших установках T-11 и ALCATOR [13, 14]. Соответственно, были получены скейлинги: T-11 и неоалкаторный [15, 16], которые были подтверждены впоследствии и на бо-

лее крупных установках. Но наиболее интересным является, разумеется, изучение удержания плазмы при использовании дополнительного нагрева.

Первые эксперименты были неутешительными. Перелом в сторону оптимизма произошел после открытия так называемого *H*-режима хорошего удержания на установке ASDEX [17]. Режим же не очень хорошего удержания получил название *L*-режима (*L*-low, *H*-high). Последующие эксперименты на других токамаках, в том числе крупных, подтвердили существование *H*-режима и расширили круг других возможных мод улучшенного удержания плазмы.

Установка ASDEX — это одна из первых установок с полоидальным дивертором, т. е. устройством для отвода примесей из плазмы. Идея дивертора была первоначально выдвинута Л. Спицером в применении к стеллараторам. В токамаке в целях сохранения осевой симметрии она естественно эволюционировала в полоидальный дивертор. Вместе с вытянутостью сечения плазмы, предложенной вначале для улучшения удержания [18], а затем оказавшейся полезной и с других точек зрения, полоидальный дивертор оказался очень удобным средством для улучшения параметров плазмы и ее удержания.

В восьмидесятых годах вступило в строй семейство крупных токамаков: TFTR в США, JET в Европе, JT-60 в Японии, а также два крупных токамака со сверхпроводящими обмотками — Torex-Supra во Франции и T-15 в СССР. Крупные установки открыли новую страницу в исследованиях на токамаках и подготовили научную базу для разработки проекта и последующего сооружения экспериментального термоядерного реактора.

### 3. КОНЦЕПЦИЯ И СТАТУС ТОКАМАКОВ

В настоящее время токамак представляет собой наиболее продвинутую концепцию удержания высокотемпературной плазмы. Плазма выглядит как осесимметричный тороид, в простейшем случае круглого сечения, который удерживается комбинацией магнитных полей: тороидального (вдоль плазменного витка) и полоидального, т. е. поперек витка с током. Схематическое устройство токамака показано на рис. 1. Сильное тороидальное магнитное поле создается системой катушек тороидального поля. Внутри катушки помещается тороидальная вакуумная камера, заполняемая водородом или его изотопами при достаточно низком давлении. Этот газ образует как бы замкнутый вторичный виток трансформатора, на железный сердечник которого намотана первичная обмотка. При пропускании тока по первичной обмотке внутри камеры появляется вихревое электрическое поле, направленное вдоль витка. При достаточно большой величине вихревого поля происходит электрический



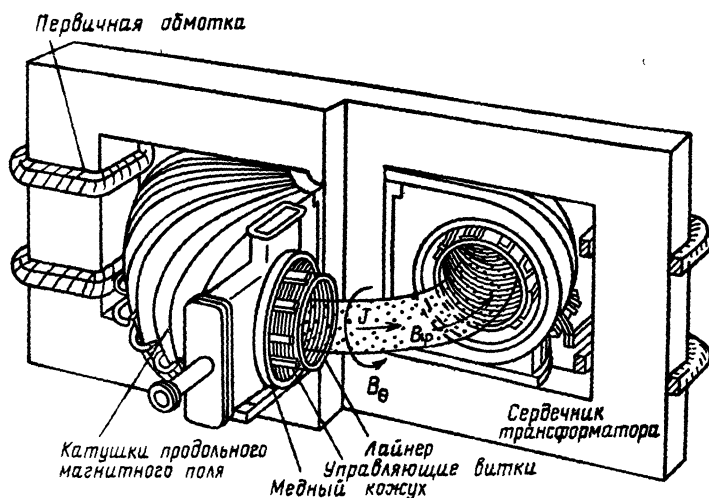


Рис. 1. Схема токамака

пробой газа, так что образуется замкнутый плазменный виток. Затем ток нарастает и разогревает плазму до высоких температур. Таким образом, первичная катушка играет роль индуктора для создания тока и омического нагрева плазмы, поэтому ее обычно так и называют — индукционная обмотка омического нагрева плазмы. Кроме индуктора, который не должен создавать рассеянных поперечных полей в камере, имеются еще специальные обмотки для создания полоидальных полей в плазменном витке: они необходимы для управления положением и формой плазменного витка.

Важным параметром токамака является величина изменения магнитного потока (вольт-секунды) в первичной обмотке трансформатора. В реальном импульсе часть магнитного потока расходуется во время пробоя газа, затем необходимо затратить часть потока на создание полоидального магнитного потока самого плазменного витка:  $LI/c$ , где  $I$  — ток плазмы,  $L$  — суммарная (внутренняя и внешняя) индуктивность плазменного витка. И, наконец, оставшуюся часть потока можно израсходовать на поддержание тока в плазме: обычно напряжение обхода  $U$  составляет величину порядка одного вольта (в токамаках среднего масштаба), поэтому по количеству оставшихся вольт-секунд можно сразу оценить длительность импульса при омическом поддержании тока. Ясно, что хотелось бы иметь эту длительность побольше, но величина потока ограничена размерами индуктора и предельной величиной магнитного поля индуктора.

Геометрические параметры плазменного тороида — его радиусы: малый  $a$  и большой  $R$ . Величина  $R/a = A$  называется аспектным отношением. Протекающий по плазме ток  $I$  создает

собственное (полоидальное) магнитное поле  $B_0$ , которое на границе плазменного витка равно  $B_p = 2I/ca$  в системе CGSE ( $c$  — скорость света). В практических единицах  $B_p = I/5a$ , где  $I$  можно измерять в мегаамперах,  $a$  — в метрах, и тогда  $B_p$  выражается в теслах.

В токамаке используется сильное продольное магнитное поле, так что  $B_p^2 \ll B^2$ . К тому же и давление плазмы мало по сравнению с давлением магнитного поля. Все это накладывает специфический отпечаток на динамику плазмы токамака.

Крупномасштабные движения плазмы токамака можно рассматривать в рамках магнитной газодинамики. Высокотемпературная плазма обладает очень высокой электропроводностью, поэтому магнитное поле можно считать замороженным в плазму при ее достаточно быстрых перемещениях.

Рассмотрим силы, действующие на плазменный тор.

Допустим сначала, что ток в плазме отсутствует или очень мал. Легко видеть, что при этом плазменный виток нельзя удерживать в равновесии. В самом деле, плазма с давлением  $p$  стремится расширяться. Ее прямому расширению по малому радиусу препятствует замороженное в плазму продольное магнитное поле. Однако плазма с замороженным магнитным полем может расширяться в сторону увеличения большого радиуса  $R$ . Действительно, тороидальное магнитное поле убывает при удалении от оси симметрии как  $1/R$ . Магнитный поток заморожен в плазму, так что при смещении плазменного витка по  $R$  его поперечное сечение  $S$  будет возрастать пропорционально  $R$ . Кроме того, длина плазменного витка  $2\pi R$  также возрастает с  $R$ . Следовательно, объем плазмы  $V$  изменяется с  $R$  по квадратичному закону. По этому же закону расширяется любая плазменно-магнитная трубка. При смещении по большому радиусу суммарная работа, которая совершается всеми трубками плазмы, равняется  $\langle p \rangle dV = \langle p \rangle V 2dR/R$ , где  $\langle p \rangle$  — среднее по объему значение давления плазмы.

Пусть  $F_p$  — обобщенная сила, действующая на плазму в радиальном направлении. Мы отнесем ее к единице длины, т. е. положим  $F_p 2\pi R dR = \langle p \rangle dV$ . Так как  $V = 2\pi^2 a^2 R$ , то находим отсюда:

$$F_p = \langle p \rangle \frac{2\pi a^2}{R}. \quad (1)$$

Компенсировать эту силу можно было бы пропусканием через плазму тока в вертикальном направлении, так, чтобы сила Ампера от этого тока и продольного магнитного поля была направлена к оси симметрии. Однако такой ток нарушил бы термоизоляцию за счет конвекции тепла с током. В токамаке расширение плазменного витка по большому радиусу компенсируется за счет силы Ампера  $(1/c)IB_z$ , где  $I$  — продольный ток в плазменном витке, а  $B_z$  — вертикальная компонента магнитного поля,

создаваемая катушками полоидальных полей. При этом нужно компенсировать не только силу (1), но и силу электромагнитного расталкивания  $F_B$ . Энергия полоидального магнитного поля равна:

$$\mathcal{E}_p = \frac{LI^2}{2c^2}, \quad (2)$$

где  $L$  — самоиндукция плазменного витка, а соответствующая сила  $F_B$ , отнесенная к единице длины витка, равна:

$$F_B = \frac{1}{2\pi R} \frac{I^2}{2c^2} \frac{\partial L}{\partial R}. \quad (3)$$

Если полоидальные витки, создающие поле  $B_z$ , расположены достаточно близко к плазменному витку, то в выражении (2) нужно учесть только внутреннюю индуктивность  $L_i = 2\pi R l_i$ , где  $l_i$  — индуктивность на единицу длины. Величина  $l_i$  не зависит от  $R$ , поскольку из-за замороженности магнитного поля его относительное распределение внутри плазменного витка сохраняется при смещении витка по  $R$ . Таким образом, условие равновесия имеет вид:

$$F_p + F_B = \langle p \rangle \frac{2\pi a^2}{R} + \frac{l_i}{R} \frac{I^2}{2c^2} = \frac{1}{c} B_z I. \quad (4)$$

Заметим, что магнитное поле тока на границе плазменного шнура равно  $B_p = 2I/ca$ . Поэтому условие равновесия (4) можно представить в виде:

$$\beta_p + 0,5l_i = B_z R c / I. \quad (5)$$

Здесь введено обозначение для отношения среднего давления плазмы к давлению полоидального магнитного поля на границе шнура:

$$\beta_p = 8\pi \langle p \rangle / B_p^2. \quad (6)$$

В выражении (5) внутренняя индуктивность  $l_i$  — это просто число, зависящее от профиля радиального распределения плотности тока:  $l_i = 0,5$  для однородного тока и увеличивается по мере его контрагирования. В современных токамаках поле равновесия  $B_z$  с помощью системы автоматического регулирования подстраивается так, чтобы шнур был центрирован по отношению к смещению по большому радиусу. Поэтому значение  $R$  известно и соотношение (5) может служить для измерения  $\beta_p$  при известных значениях  $l_i$  и  $B_z$ .

Если поле  $B_z$  сделать «бочкообразным», т. е. усиливающимся по мере удаления от медианной плоскости, то можно обеспечить устойчивость шнура по вертикали: у такого поля имеется радиальная компонента при  $z \neq 0$ , которая стремится возвратить шнур к положению равновесия при его смещении по  $z$ . «Бочкообразность» поля означает одновременно, что  $B_z$  убывает с радиусом, т. е. показатель спада  $\alpha_z = d \ln B_z / d \ln R < 0$ . При увели-

чении показателя спада поля  $\alpha_2$  эффект вертикальной стабилизации возрастает, но если сделать  $\alpha_2$  очень большим, то можно потерять устойчивость по  $R$ . В самом деле, чтобы имелась устойчивость по  $R$ , правая часть (4) должна возрастать по сравнению с левой при возрастании  $R$ . Другими словами, правая часть (5) должна возрастать с  $R$  (поскольку  $l_1 = \text{const}$ , а  $\beta_p$ , как можно показать, слабо изменяется при изменении  $R$ ). Но при расширении плазменного витка по большому радиусу в силу сохранения магнитного потока внутри плазмы, т. е.  $2\pi R l_1 I = \text{const}$ , ток убывает как  $1/R$ . Поэтому для сохранения радиальной устойчивости  $B_z$  не должно быть быстрее, чем  $R^{-2}$  (см. (5)), т. е. показатель спада поля не должен превышать двойки.

Стабилизацию положения плазменного витка можно усилить, если использовать систему обратных связей. В первых токамаках этот эффект возникал за счет использования проводящего кожуха: при смещении шнура в таком кожухе возникают токи изображения, магнитное поле которых стремится вернуть плазму к исходному равновесию. В современных токамаках используются следующие системы управления равновесием плазмы, которые активно восстанавливают центрированное положение плазменного витка при малых его смещениях.

Система катушек полоидального магнитного поля может быть использована не только для управления равновесием, но и для создания определенной формы поперечного сечения плазменного шнура. Круговая форма является наиболее простой, но не оптимальной: для стабилизации плазмы желательно расположить ее в области максимального магнитного поля, т. е. прижать к внутреннему обводу камеры. При этом возникает плазма D-образной формы: ее сечение вытянуто по вертикали и имеет некоторую треугольность, как показано на поперечном сечении установки DIII-D (рис. 2). У этой установки сама камера имеет D-образную форму, и, соответственно, похожую форму имеет и плазма. У плазмы некругового сечения обозначение  $\alpha$  сохраняется для полуширины шнура в экваториальной плоскости, полувысоту обозначают через  $b$ , а вытянутость через  $K = b/a$ . Треугольность, т. е. меру D-образности, обозначают через  $\delta$ .

Замкнутыми линиями на рис. 2 обозначены поперечные сечения магнитных поверхностей, на которых лежат силовые линии. Внутри петлеобразной линии, называемой сепаратрисой, эти поверхности представляют собой вложенные друг в друга тороиды, а вне сепаратрисы магнитные поверхности разомкнуты и силовые линии имеют возможность выходить на стенки камеры. Таким образом, образуется конфигурация с полоидальным дивертором. Сепаратриса на рис. 2 имеет одну X-точку: в этой точке полоидальная компонента поля обращается в нуль. Наряду с однонулевой конфигурацией могут использоваться и двух-

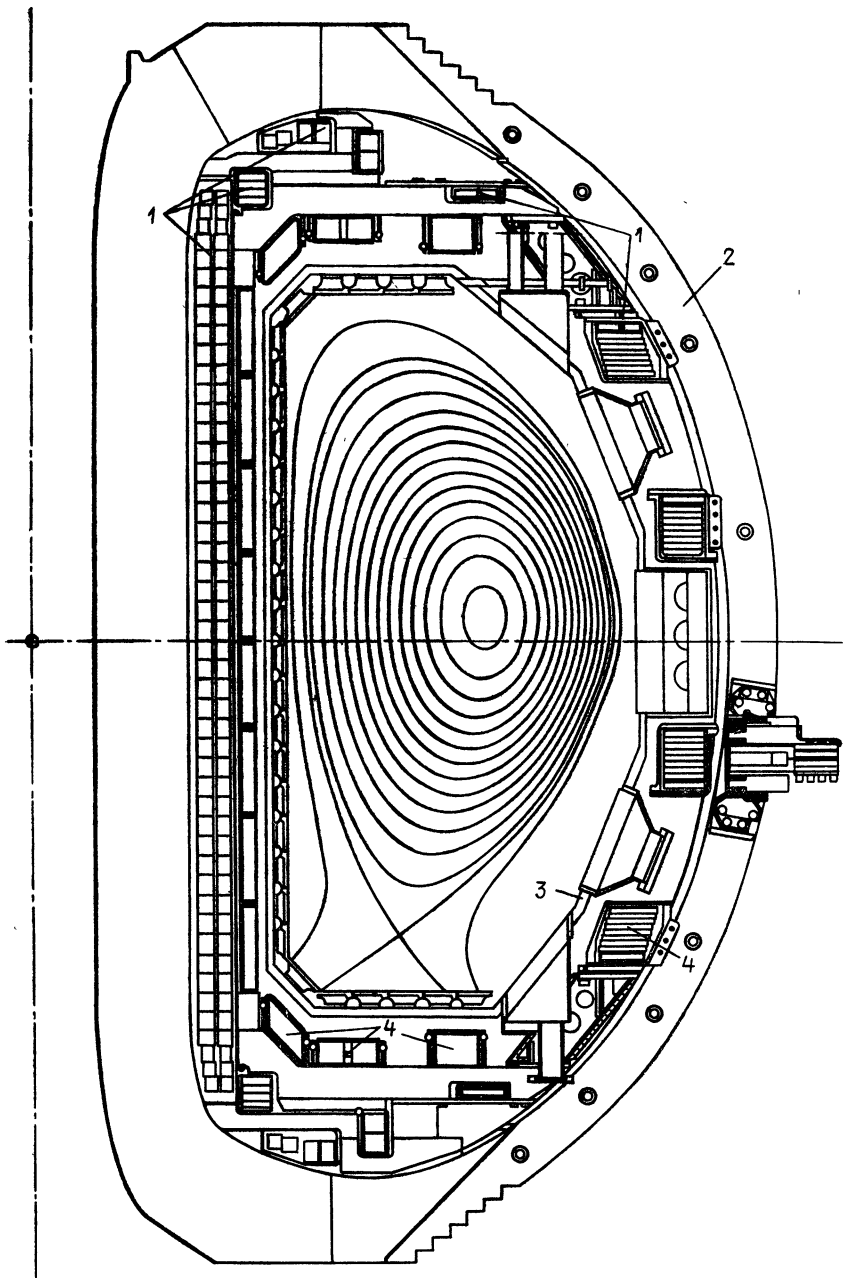


Рис. 2. Поперечное сечение токамака DIII-D:

1 — обмотки индуктора; 2 — катушки торoidalного магнитного поля; 3 — вакуумная камера, 4 — катушки полондального поля

нулевые диверторные конфигурации, симметричные относительно плоскости  $z=0$ .

Вытянутые конфигурации плазменного шнура с дивертором используются и в других токамаках, например, JET, RBX-M, ASDEX, JT-60-M и др. Максимальная вытянутость  $K=2,5$  была достигнута в DIII-D в однонулевой конфигурации. JET работает при значениях вытянутости  $K$  до 1,8, хотя более типичными являются величины 1,4—1,7. Вытянутость позволяет увеличить ток  $I$  при тех же самых геометрических размерах  $a$ ,  $R$  и величине тороидального магнитного поля  $B$ . Выигрыш в величине тока, получаемый в экспериментах с плазмой некругового сечения, достигает величин масштаба 2—3. Однако большую вытянутость получить трудно из-за вертикальной дестабилизации плазменного шнура: так как вытянутость осуществляется как бы витками с током того же направления, что и в плазме, расположенными выше и ниже плазменного витка, а параллельные токи притягиваются, то при вертикальном смещении плазменного витка он стремится «прилипнуть» к витку с током. Требуется достаточно эффективная система обратных связей, чтобы не допустить сброса плазмы в вертикальном направлении.

В этом отношении конфигурация установки DIII-D является одной из наиболее эффективных: катушки полоидального магнитного поля в ней расположены близко к плазме внутри катушек тороидального магнитного поля. Поскольку две системы катушек при этом оказываются геометрически взаимно зацепленными, тороидальные катушки в установке пришлось сделать разборными.

В крупных токамаках с сильным продольным полем катушки полоидальных полей размещаются снаружи от катушек тороидального поля. Соответственно, соленоид индуктора располагается по оси симметрии, а вокруг него «хороводом» располагаются катушки тороидального поля. На примере конфигурации DIII-D видна еще одна особенность современных токамаков: они могут обходиться индуктором без железного сердечника. С устранением железа, как правило, появляется возможность повышения магнитного поля индуктора до значений, больших, чем поле насыщения железа, т. е. значительно выше 2 Тл.

Главным достоинством конфигурации токамака является возможность стабилизации МГД-неустойчивостей плазмы сильным тороидальным магнитным полем. Рассмотрим более подробно структуру магнитного поля в плазме токамака. Упрощенно картина силовых линий выглядит так, как показано на рис. 3. При круглом поперечном сечении плазмы силовые линии располагаются на вложенных друг в друга тороидальных поверхностях кругового сечения. Введем систему координат  $r$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ , как показано на рис. 3. Силовая линия с  $r=0$  является замкнутой и называется магнитной осью. Величина тороидального магнитного поля  $B_T$  на этой оси задается как основная харак-

теристика токамака с точки зрения его возможностей устойчиво удерживать плазму. Как видно из рис. 3, тороидальная компонента поля  $B_\phi$  на оси  $r=0$  — это и есть  $B_T$ . Тороидальное поле убывает как  $1/R$  при удалении от оси симметрии, но мы пока этим пренебрежем, считая аспектное отношение  $A=R/a$  достаточно большим.

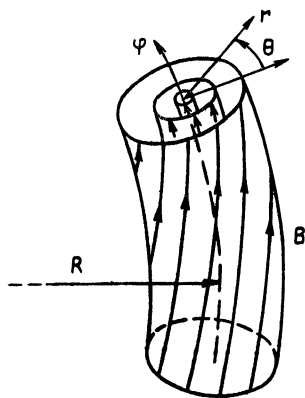


Рис. 3. Ход магнитных силовых линий и координатная система  $r, \theta, \phi$  в токамаке

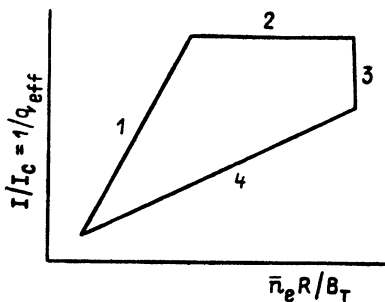


Рис. 4. Диаграмма Хьюгелла — рабочая область параметров плазмы 1 — предел по убеганию электронов; 2 — предел по току; 3 — предел Мураками; 4 — предел Хьюгелла

Силовые линии магнитного поля располагаются на магнитных поверхностях, навиваясь на них в виде винтовых линий: при смещении на угол  $d\phi$  вдоль тора силовая линия проворачивается на угол  $d\theta$  по азимуту. Так как длина дуги вдоль  $\phi$  равняется  $Rd\phi$ , вдоль  $\theta$  —  $rd\theta$ , а отношение этих дуг равно отношению компонент соответствующих полей:

$$\frac{Rd\phi}{rd\theta} = \frac{B_T}{B_\theta},$$

то получаем отсюда:

$$\frac{d\theta}{d\phi} = \frac{B_\theta R}{B_T r}.$$

Таким образом, при полном обходе тора по большому радиусу угол  $\theta$  изменится на величину

$$\Delta\theta = 2\pi \frac{B_\theta R}{B_T r}.$$

Этот угол называется углом вращательного преобразования  
 Введем обозначения:

$$q = 1/\mu = \frac{B_T r}{B_\theta R}, \quad (7)$$

где  $B_\theta = B_\theta(r)$ . Тогда угол вращательного преобразования запишется как  $2\pi\mu = 2\pi/q$ .

Величина  $q$  играет очень большую роль в токамаке. Геометрически ее можно определить как отношение числа оборотов силовой линии по большому радиусу к числу оборотов по малому радиусу. Если силовая линия действительно замыкается после некоторого числа оборотов  $m$ , т. е. число  $q$  оказывается равным рациональной дроби  $m/n$ , то такую поверхность называют рациональной. Например, на поверхности с  $q=2$  силовая линия поворачивается на угол  $\Delta\theta = \pi$  после одного оборота и замыкается после второго оборота по  $\varphi$ . Если  $q$  иррационально, то силовая линия не замыкается никогда и определение  $q$  как отношения числа оборотов нужно понимать в асимптотическом смысле, т. е. как предел при стремлении числа оборотов к бесконечности.

В токамаке величина  $q$  является обычно монотонно возрастающей функцией радиуса  $r$ , включая область вне токового канала, где  $q \sim r^2$ . Величина  $q$  на границе плазменного шнура,  $r=a$ , обозначается через  $q_a$ . В некоторых случаях, когда ясно, что речь идет о глобальных характеристиках плазмы как целого, индекс «а» опускают. Величину  $q_a$  можно записать также в виде:

$$q_a = \frac{B_T a}{BR} = \frac{cB_T a^2}{2IR}, \quad (8)$$

где  $B_p = B_\theta(a)$ ,  $I$  — ток плазмы,  $c$  — скорость света (используется система CGSE). В практической системе это соотношение выглядит так:

$$q_a = \frac{5B_T a^2}{IR}, \quad (9)$$

где  $B_T$  измеряется в теслах,  $a$ ,  $R$  — в метрах,  $I$  — в мегаамперах. Соотношение (9) можно записать также в виде:

$$q_a^{-1} = I/I_c, \quad I_c = 5B_T a^2/R. \quad (10)$$

Таким образом, величину  $q_a^{-1}$  можно рассматривать как безразмерный ток.

Величины  $q(r)$ ,  $\mu(r)$  допускают еще одно, более универсальное определение. Введем тороидальный,  $\Phi$ , и полоидальный,  $\Psi$ , магнитные потоки:

$$\Phi = \pi r^2 B_T, \quad \Psi = 2\pi R \int_0^r B_\theta dr. \quad (11)$$



Приращения этих потоков на интервале  $dr$  равны соответственно:

$$d\Phi = 2\pi r B_T dr, \quad d\Psi = 2\pi R B_\theta dr.$$

Беря отношение этих потоков и сравнивая его с (7), мы видим, что:

$$\mu = 1/q = \frac{d\Psi}{d\Phi}. \quad (12)$$

Это представление удобно вот чем. Допустим, что при вмероженных в плазму магнитных потоках мы будем деформировать поперечное сечение плазменного шнура, переходя, например, к D-образной форме (рис. 2). Соотношение (12) при этом не изменится. Таким образом, соотношение (12) является более универсальным, и именно поэтому оно используется для плазм некруглого сечения. Чтобы отмечать более строго вводимые величины  $\mu$  и  $q$  посредством соотношения (12), их иногда снабжают индексом и обозначают  $\mu_\psi$ ,  $q_\psi$ .

В геометрии полоидального дивертора, как мы уже отмечали выше, поперечное магнитное поле обращается в нуль в  $x$ -точке на сепаратрисе. Поэтому силовая линия сепаратрисы при увеличении угла  $\phi$  асимптотически приближается к  $x$ -точке, и не совершает даже одного полного оборота при стремлении числа оборотов по большому обходу к бесконечности, т. е.  $\mu = 0$  на сепаратрисе. При приближении к сепаратрисе изнутри  $\mu_\psi \rightarrow 0$ ,  $q_\psi \rightarrow \infty$ . Поэтому характеристика граничного  $q_\psi$  как бы отсутствует. Однако стремление  $q_\psi$  к бесконечности происходит по логарифмическому закону, и разумной характеристикой граничного параметра  $q_\psi$  может служить его значение под сепаратрисой, но не очень далеко от нее. Для этого пользуются величиной  $q_{95}$  представляющей собой значение  $q_\psi$  в точке магнитного потока  $\psi = 0,95\psi_s$ , где  $\psi_s$  — значение  $\psi$  на сепаратрисе. Для плазмы некруглого сечения иногда используется еще одно выражение для  $\mu = q^{-1}$ , а именно:

$$\mu_s = q_s^{-1} = \frac{\pi R}{5B_T} j_s, \quad (13)$$

где  $j_s$  — средняя по поперечному сечению плотность тока. Для плазмы круглого сечения это выражение совпадает с (3.9), а для сечения с вытянутостью  $K = b/a$  можно использовать выражение:

$$\mu_{\text{eff}} = q_{\text{eff}}^{-1} = \frac{IR}{5Bab}, \quad (14)$$

которое иногда называют цилиндрическим или инженерным значением  $q$ , поскольку оно содержит только самые простые параметры шнура, используемые при инженерном проектировании установок «Токамак». Соотношение (14) можно представить в виде, аналогичном (10), т. е.  $q_{\text{eff}}^{-1} = I/I_c$ , где  $I_c = 5Bab/R$ .

Величину  $q_a$ , определенную соотношением (9) или соответственно (14) для некруглого сечения, называют коэффициентом запаса устойчивости. Как было показано В. Д. Шафрановым и М. Крускалом, плазменный шнур токамака неустойчив по отношению к извиванию при  $q_a < 1$ . Поэтому ток в плазме не может превосходить предельного значения

$$I_c = 5Bab/R, \quad (15)$$

отвечающего значению  $q_{\text{eff}} = 1$ . Условие винтовой устойчивости:

$$q_a > 1 \quad (16)$$

получило название критерия Крускала—Шафранова.

Чем больше  $q_a$ , тем более устойчива плазма по отношению к извиванию. Эксперименты показывают, что надежная устойчивость обеспечивается только при  $q_a > 2$ . Впрочем, при очень аккуратном обращении с плазмой удавалось осуществлять разряды в области  $q_a = 1,3$  [19]. Такие разряды с малыми  $q$  соответствовали более интенсивным потерям энергии плазмы и поэтому они не получили дальнейшего использования.

Плазменные разряды в токамаке могут быть реализованы только в определенном интервале изменения плотности: при заданной величине тока существуют нижний и верхний пределы по плотности. При малых плотностях становится малой частота столкновений электронов с ионами, так что начинают появляться так называемые убегающие или ускоренные электроны. Убегающие электроны могут ускоряться вихревым электрическим полем до очень больших значений энергии. Они портят характеристики разряда и могут представлять опасность для вакуумной камеры токамака.

При больших плотностях усиленную роль начинают играть атомарные процессы на периферии плазмы — излучение, перезарядка и ионизация нейтральных атомов. В силу этого происходит контракция плазменного шнура, его эффективный радиус уменьшается и возникает опасность развития винтовой неустойчивости.

Таким образом, на плоскости ток — плотность существует ограниченная рабочая область, которая схематически определяется диаграммой Хьюгелла (рис. 4). По оси ординат откладывается безразмерный ток  $I/I_c$ , т. е.  $1/q_{\text{eff}}$ , а по оси абсцисс — безразмерная плотность, или число Мураками\*

$$M = \bar{n}_e R / B_T. \quad (17)$$

Здесь  $\bar{n}_e$  — это средняя электронная плотность, измеряемая экспериментально вдоль центральной хорды. Она всегда несколько больше, чем средняя плотность по объему  $\langle n_e \rangle$ . В выражении (17) плотность  $\bar{n}_e$  измеряется в величинах  $10^{20} \text{ м}^{-3}$ ,  $R$  — в метрах,  $B_T$  — в теслах.

\* Безразмерность числа  $M$  объясняется в гл. 5

Как видно из рис. 4, рабочая область токамака на плоскости ток — плотность ограничена четырьмя пределами: 1 — предел убегания электронов при низкой плотности, 2 — предел по току из-за МГД-неустойчивости, 3 — предел Мураками по абсолютному значению плотности, 4 — предел по плотности Хьюгелла, где остается постоянным число Хьюгелла  $H = q_{\text{эф}} M$ .

Предельная плотность определяется балансом мощностей на периферии плазмы, т. е. потоком энергии из центральной области и потерями на излучение и ионизацию. При дополнительном нагреве плазмы предельная плотность повышается примерно как  $\sqrt{P}$ , где  $P$  — полная мощность нагрева плазмы.

У плазмы токамака существует еще один предел, не связанный прямо с пределами на диаграмме Хьюгелла, — это предел по давлению. Предел по давлению связан с так называемой баллонной неустойчивостью: на наружном обводе токамака силовые линии выпуклы, с радиусом кривизны  $\sim R$ , поэтому при повышении давления может образоваться «вздутие» на магнитных поверхностях. Не вдаваясь в подробности теории, которая в конечном счете привлекает численные расчеты, величину предельного давления можно оценить из простых соображений. А именно, если силовая трубка (имеющая эффективную длину  $\sim qR$ ) испытывает на наружном обводе «вздутие», то она будет втягиваться обратно натяжением силовых линий  $\sim B_T^2/8\pi qR$ , а причина «вздутия» — градиент давления плазмы  $\sim p/a$ .

Таким образом, неустойчивость возникает при  $\beta \equiv 8\pi p/B_T^2 \sim a/qR$ . Так как  $q \sim q_a \sim B_T a^2/IR$ , то выражение для предельной величины  $\beta$ , т. е.  $\beta_c$ , выражается в виде:

$$\beta_c = g \frac{I}{aB_T} \equiv g I_N, \quad (18)$$

где  $I_N = I/aB_T$  — нормализованный ток. Коэффициент  $g$  (иногда его обозначают через  $\beta_N$ ) в формуле (18) называют коэффициентом Тройона, поскольку именно Ф. Тройон резюмировал результаты численных расчетов  $\beta_c$  при различных профилях радиального распределения давления плазмы и различных формах поперечного сечения шнура простой формулой (18). Фактор  $g$  несколько меняется при изменении  $q_a$ , профиля давления и формы плазмы. Но приближенно его можно принять равным константе:  $g \approx 3\%$ . Нормализованный ток  $I_N$  отличается от ранее введенного отношения  $I$  к предельному току  $I_c$ :

$$I_N = I/aB_T = \frac{I}{I_c} \frac{5b}{R}. \quad (19)$$

Для эффективного использования тороидального магнитного поля желательно иметь как можно большие значения  $\beta$ , т. е. следует повышать величину  $I_N$ . Так как  $I/I_c$  ограничено пределом по току на диаграмме Хьюгелла, то согласно (19) следует увеличивать  $b/R$ , т. е. стремиться максимально вытягивать шнур

в вертикальном направлении. Экспериментально максимально высокую величину  $\beta \approx 10\%$  удалось получить в установке DIII-D при сильной вытянутости  $K=b/a=2,3$ . При этом коэффициент  $g=\beta_N$  нередко превышал 3%, а в некоторых разрядах поднимался до пяти процентов. Теоретический анализ неустойчивостей (баллонной и винтовой) показывает, что полученные в DIII-D значения фактора  $g=\beta_N$  действительно могут достигать столь высоких расчетных величин при соответствующих профилях давления и плотности тока. В установке DIII-D максимальное достижимое  $\beta$  зависело от профиля плотности тока [50], так что экспериментальные данные согласуются с простой формулой для критического  $\beta_c=4l_i/aB_T$ , где  $l_i$  — внутренняя индуктивность, рассчитанная на единицу длины плазменного шнура.

В течение многих лет и по настоящее время главной целью исследований на токамаках было изучение физики магнитного удержания плазмы, т. е., по существу, изучение процессов переноса тепла и частиц поперек магнитных поверхностей (вдоль поверхностей перенос происходит очень быстро — практически с тепловыми скоростями частиц). Экспериментальные исследования шли рука об руку с теоретическими, так что очень многие явления, обнаруживаемые в экспериментах, нашли свое теоретическое обоснование и были смоделированы в численных расчетах. Физики-теоретики стремятся даже к большему — к построению полной теории термоядерной плазмы с учетом всех протекающих в ней коллективных процессов. На этом пути действительно удалось достигнуть больших успехов. Однако неистощимые эксперименты непрерывно поставляют информацию о более тонких процессах в плазме, что требует корректировки теории и разработки численных моделей. Если же говорить об сгрубленной картине, то можно сказать, что феноменологическая ясность в отношении протекающих в плазме процессов достигнута.

Оказалось, что плазма токамака представляет собой очень сложный объект: в плазме одновременно протекает много коллективных процессов, инициируемых теми или иными неустойчивостями. Самая грозная из них — это так называемая дестабилизирующая. Она развивается при приближении к пределам устойчивости по току или плотности на диаграмме Хьюгелла. В результате развития достаточно интенсивных возмущений магнитного поля в дестабилизирующей неустойчивости срыва происходит полное разрушение магнитной конфигурации: вместо вложенных друг в друга магнитных поверхностей сначала нарастают магнитные острова, т. е. винтовые конфигурации, вложенные между основными магнитными поверхностями, а затем происходит полная стохастизация магнитных силовых линий. Она сопровождается сначала быстрым выбросом тепла электронами вдоль стохастизированных силовых линий, а затем спадом тока в плазме до нуля: происходит срыв тока.

Если не приближаться к пределам устойчивости и обращаться с плазмой достаточно нежно, то неустойчивости срыва можно избежать (точнее, сильно уменьшить вероятность ее развития). Однако отголоски МГД-активности могут сохраняться. Сюда относятся, прежде всего, так называемые пилообразные колебания, которые представляют собой периодически повторяющийся процесс вблизи магнитной оси. Каждый период состоит из двух фаз: сначала происходит сравнительно медленный разогрев центральной части плазмы и обострение профиля электронной температуры, а затем профиль температуры резко, за очень малые времена, уплощается. Другой тип МГД-активности — это так называемые осцилляции Мирнова, наблюдаемые за пределами плазменного шнура в виде периодических колебаний полоидального магнитного поля. На магнитные колебания, как правило, накладываются шумы плотности плазмы, сильно возрастающие к ее периферии.

Все эти колебания, безусловно, влияют на процессы переноса в плазме не только в смысле локального усиления коэффициентов теплопроводности и диффузии, но и в виде влияния одних областей на другие. Существует два эффекта, которые демонстрируют реализацию второй возможности в наиболее яркой форме: существование разных режимов удержания и влияние профилей на переносы.

Первый эффект наиболее ярко проявляется в знаменитом  $L$ — $H$ -переходе, открытом впервые на установке Asdex [19].  $L$ -мода (от слова low — низкий) удержания является более универсальной — она присутствует практически во всех токамаках с дополнительным нагревом, если не проявлять специальной заботы о процессах в периферийной плазме.  $H$ -мода (от слова high — высокий) наиболее легко реализуется в конфигурации с полоидальным дивертором, но впоследствии она была обнаружена также и в геометрии с лимитером. По сравнению с  $L$ -модой  $H$ -мода обладает ярко выраженной модификацией периферийной плазмы: плотность и особенно электронная температура на периферии заметно возрастают, так что на профиле электронной температуры образуется «пьедестал», уменьшается рециклинг на стенке (т. е. рекомбинация плазмы с обратным возвратом нейтралов в шнур), в результате чего заметно падает излучение в линии  $H_{\alpha}$ . Но главная особенность  $H$ -моды заключается в резком улучшении удержания плазмы — в 2—3 раза по сравнению с  $L$ -модой.

Повышение плотности и температуры на периферии выглядит как своего рода барьер для транспорта частиц, однако улучшение удержания связано не только с этим барьером, но и с глобальным понижением транспортных потоков.

Существуют и другие режимы улучшенного удержания. Например, удержание улучшается (особенно в режиме омического нагрева) при инъекции в плазму пеллетов — крупинок твердо-

го водорода или дейтерия. В омическом режиме обнаружены моды улучшенного удержания, так называемые ИОС — improved ohmical confinement. На установке TFTR были открыты так называемые «суперразряды» с улучшенным удержанием при сильно обостренных профилях распределения плотности и температуры [20]. Недавно на TFTR было показано [21], что  $H$ -моду можно получать не только из  $L$ -мод, но и из суперразрядов, причем полученные из них моды улучшенного удержания сохраняли некоторые черты суперразрядов (например, слабую зависимость от тока и мощности нагрева). Все это указывает на существование определенных механизмов обратных связей или самоорганизации: процессы переноса в различных областях плазменного шнура оказываются связанными между собой. Другими словами, в плазме токамака не только профили температуры и плотности зависят от радиального распределения источников и транспортных коэффициентов, но и возникает обратное влияние профилей на коэффициенты диффузии и теплопроводности.

Явление самоорганизации плазмы ярко проявляется в так называемом эффекте «согласованности профилей», впервые отмеченном Б. Коппи [22]. Он заметил, что экспериментально измеренные профили электронной температуры имеют колоколообразную форму типа распределения Гаусса. Эти профили не являются просто тривиальным следствием того, что на границе плазмы температура гораздо меньше, чем в центре, а ее градиент на периферии мал из-за повышенных переносов. Речь идет, скорее, о своего рода самоподобии или автомодельности профилей: их ширина прямо связана с величиной  $q_a$  на границе плазменного шнура: при увеличении  $q_a$  профили сужаются. Можно сказать, что профиль электронной температуры подстраивается таким образом, чтобы значительная часть тока протекала внутри радиуса  $r=a_*$ , где  $q(r=a_*)=2$ . Но тогда на границе реального токового шнура, т. е. при  $r=a_*$ , величину  $q$  можно оценить по формуле  $q=5a^2B_T/RI$ , откуда, полагая  $q \approx 2$ , находим, что эффективный радиус токового шнура  $a_*$  пропорционален  $\sqrt{RI/B_T}$ . Поскольку граничное значение  $q_a=5a^2B_T/RI$ , величина  $a_*/a \sim 1/\sqrt{q_a}$ , т. е. по мере увеличения  $q_a$  происходит контракция плазменного шнура. Этот эффект был прямо продемонстрирован экспериментами на TFTR [23] и согласуется с результатами на других токамаках.

Достаточно подробно явление согласованности профилей было изучено на установке T-10 [24, 25]. На этой установке имеется мощный гиротронный комплекс для нагрева электронной компоненты плазмы на частоте электронно-циклотронного резонанса. Используя гиротроны с разной частотой, можно легко изменять профиль вклада мощности дополнительного нагрева и тем самым изучать отклик профиля электронной температуры на профиль нагрева. Эксперименты четко продемонстрировали

эффект согласования профиля электронной температуры: плазма стремилась сохранять некоторый оптимальный профиль даже при сильном изменении профиля вклада мощности. Жесткость удержания профиля возрастала вместе с величиной  $n/I$ , так что можно говорить о «предельном» профиле, жестко сохраняемом при больших значениях  $n/I$ .

Профильные эффекты наряду с возможностью реализации разных режимов удержания четко показали, что плазма токамака является сложной, самоорганизующейся физической системой. Для ее описания можно воспользоваться подходами, используемыми для других сложных физических систем. Например, обычная турбулентность жидкости или газа, будучи очень сложным нелинейным процессом, до сих пор не получила точного теоретического описания. Однако это обстоятельство не очень-то тревожит инженеров, поскольку существуют эмпирические формулы, опирающиеся на размерностный анализ. То же самое возможно и для плазмы. Обобщая большое количество результатов на самых разных токамаках и принимая во внимание размерностный анализ, можно получить достаточные по точности эмпирические формулы для описания и предсказания характеристик удержания плазмы. Поскольку речь идет о сравнении между собой установок различных масштабов, соответствующие эмпирические соотношения получили название скейлингов. Наиболее важным является скейлинг для величины  $\tau_E$  — времени удержания энергии. Эта величина вводится следующим образом. Пусть  $W$  есть полное энергосодержание плазмы:  $W = \langle 3/2(n_e T_e + n_i T_i) \rangle V$ . Здесь  $n_e$ ,  $n_i$  — плотности электронов и ионов (они могут быть не равны, если среднее зарядовое число  $Z_{eff} \neq 1$ ),  $T_e$ ,  $T_i$  — их температура, угловые скобки означают усреднение по объему, а  $V$  — объем плазмы. Плазма непрерывно теряет энергию по различным каналам: электронная и ионная теплопроводности, диффузия, излучение, перезарядка, ионизация нейтральных атомов. Поэтому для поддержания стационарного состояния плазмы в нее необходимо вводить некоторую мощность  $P$ . Величина  $\tau_E = W/P$  называется энергетическим временем жизни. Записывая это соотношение в виде баланса мощностей,  $W/\tau_E = P$ , мы видим, что  $\tau_E$  — это характерное время остывания плазмы. Чем больше  $\tau_E$ , тем лучше удержание.

Оказывается, что скейлинги для  $\tau_E$ , т. е. зависимость энергетического времени жизни от параметров плазмы, при омическом нагреве и дополнительном нагреве заметно различаются.

При омическом нагреве плазмы в области не очень больших плотностей (в безразмерных величинах) наиболее известным и достаточно точно суммирующим экспериментальные данные является неоалкаторный скейлинг:

$$\tau_E = 7 \cdot 10^{-2} \bar{n}_e a R^2 q_{eff}. \quad (20)$$

Здесь средняя электронная плотность  $\bar{n}_e$  измеряется в единицах  $10^{20} \text{ м}^{-3}$ ,  $a$  и  $R$  — в метрах, а  $q_{\text{eff}}$  определено формулой (14),  $\tau_E$  измеряется в секундах. Близкое к (20) соотношение было получено на установке T-11 и имеет название скейлинга T-11 или скейлинга Мережкина—Муховатова [15].

При повышении плотности еще до достижения верхнего предела по плотности на диаграмме Хьюгелла соотношение (20) нарушается, и происходит насыщение  $\tau_E$  с плотностью. Вместо пропорциональности величине  $n_e a R^2 q_{\text{eff}}$  энергетическое время становится пропорциональным величине  $a R B_T$ . Переход от одной зависимости к другой наступает при

$$\bar{n}_e \cong \frac{B_T}{q_{\text{eff}} R} \sqrt{A_i/2},$$

где  $A_i$  — атомный вес ионов [26].

При дополнительном нагреве происходит деградация удержания, т. е. уменьшение энергетического времени жизни с мощностью. Существует много эмпирических скейлингов, т. е. различных зависимостей  $\tau_E$  от основных параметров плазмы. Первый из них был предложен Б. Голдстоном [27] в 1984 г. и оказался в разумном согласии с экспериментальными данными на крупных токамаках. Другими авторами предлагались скейлинги, по форме иногда сильно отличающиеся от скейлинга Голдстона. Однако, как было недавно показано группой ИТЭР [28], это отличие чисто формальное — оно связано с существованием комбинации параметров, слабо меняющейся от установки к установке. Таким образом, скейлинг  $L$ -моды определен достаточно точно. Для  $H$ -моды соответствующая величина  $\tau_E$  может быть увеличена в 2—3 раза.

Минимальные величины транспортных потоков можно найти теоретически, учитывая только кулоновские столкновения между заряженными частицами. Предложенная впервые А. А. Галеевым и Р. З. Сагдеевым, а затем уточненная американскими теоретиками так называемая неоклассическая теория позволяет вычислить коэффициенты переноса в спокойной плазме с вложенными друг в друга тороидальными магнитными поверхностями. Как оказалось, экспериментально измеренные потоки обычно превышают неоклассические значения. При этом ионная теплопроводность не очень сильно, но более чем в несколько раз, превышает неоклассическую величину, иногда приближаясь к ней. Что же касается электронной теплопроводности и диффузии, то они в десятки раз превышают неоклассические значения. Для описания столь высокой аномальности привлекаются идеи турбулентных процессов в плазме, использующие те или иные типы неустойчивостей. Экспериментально полученные скейлинги дают возможность для оптимистического прогнозирования параметров плазмы экспериментального термоядерного реактора. Например, при плазменных параметрах реактора



ИТЭР достижение зажигания D—Т-плазмы достаточно уверенно следует из существующей базы данных. Впрочем, для достижения зажигания, вероятно, потребуются дополнительные экспериментальные исследования по оптимизации плазмы на самом реакторе ИТЭР.

Сегодняшний статус магнитного удержания высокотемпературной плазмы в токамаках иллюстрируется рис. 5. По оси абсцисс отложена температура ионов в центре плазменного шнура

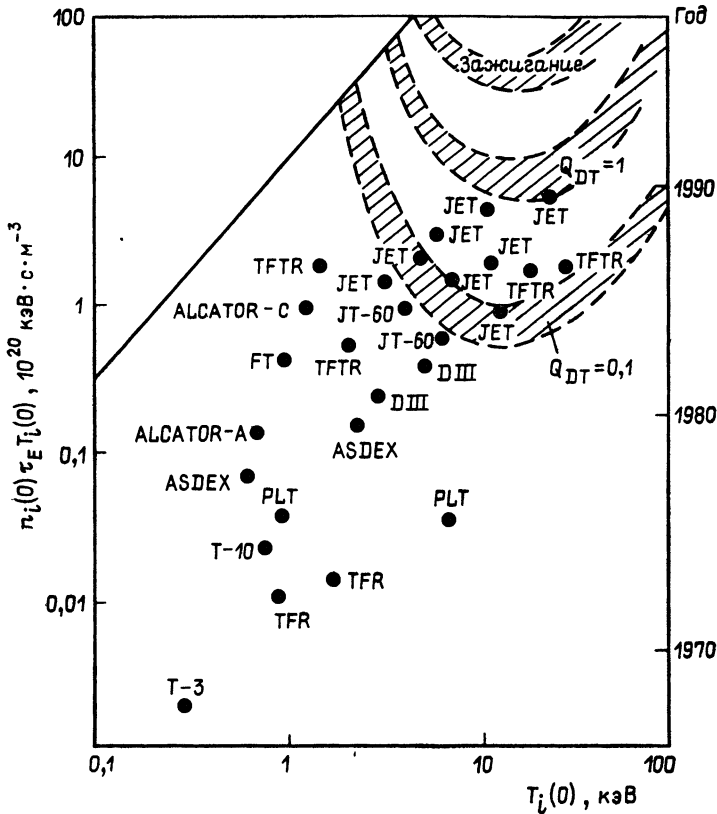


Рис. 5. Прогресс в повышении термоядерных параметров в токамаке

$T_i(0)$ , измеренная в кэВ, а по оси ординат — параметр удержания  $n_d(0) \tau_E T_i(0)$ , где  $n_d(0)$  — плотность дейтонов в центре плазменного шнура, измеренная в  $10^{20} \text{ м}^{-3}$ ,  $\tau_E$  — время удержания энергии. Максимальное значение этого параметра  $\sim 9$  было достигнуто на установке JET. Подсчитанная для этих параметров величина  $Q_{DT}^*$ , равная отношению мощности D—Т-реакций (при использовании D—Т вместо дейтерия) к мощности нагрева плазмы, достигает величины порядка единицы. На установке TFTR эта величина близка к 0,5. Таким образом, обе эти уста-

новки достаточно близко подходят к рубежу «перехода через равенство», т. е.  $Q_{DT}^* \sim 1$ , что и закладывалось в их проект как в качестве основной цели. Рекордное значение ионной температуры  $\sim 30$  кэВ, т. е. вдвое большее, чем необходимо для зажигания D—T-реакции, было достигнуто на TFTR [29]. Несколько установок постоянно работают с плазмой мультикэВных температур благодаря использованию различных методов дополнительного нагрева плазмы. Можно сказать, что проблема нагрева и удержания плазмы в токамаках, в основном, решена.

При движении к термоядерному реактору на первый план выступают две проблемы: управление примесями и стационарное поддержание тока без вихревого электрического поля. Для управления примесями используются разнообразные материалы первой стенки и диверторных пластин в сочетании с оптимизацией диверторной конфигурации, а для поддержания тока могут использоваться средства дополнительного нагрева. Ток неиндуктивного поддержания  $I_{CD}$  можно представить в виде:

$$I_{CD} = \gamma_{CD} P / \langle n_e \rangle R, \quad (21)$$

где  $\langle n_e \rangle$  — усредненная по объему электронная плотность в единицах  $10^{20} \text{ м}^{-3}$ ,  $R$  — большой радиус в м,  $P$  — мощность в МВт, вводимая в плазму для поддержания тока. Коэффициент  $\gamma_{CD}$  представляет собой эффективность поддержания тока. Обратная зависимость тока от плотности характерна для всех схем поддержания тока.

Наилучшие результаты по поддержанию тока были получены на японском токамаке JT-60, где с помощью электромагнитных волн на нижнем гибридном резонансе удавалось поддерживать  $I_{CD} = 2$  МА. Эффективность поддержания тока удавалось поднимать до величины  $\gamma_{CD} = 0,34$  при невысокой плотности [30].

Для поддержания тока при высоких плотностях могут быть использованы другие схемы поддержания тока: инжекция нейтралов, электромагнитные волны на ионно-циклотронном и электронно-циклотронном резонансах. Некоторые из них уже опробованы, другие находятся в стадии разработки.

Итак, исследования на токамаках находятся в очень хорошей форме. Показана возможность нагрева плазмы вплоть до температур  $\sim 30$  кэВ, найдены границы устойчивого удержания плазмы, создана достаточно надежная база данных для разработки экспериментального термоядерного реактора.

Научные исследования по физике плазмы опираются на широко разветвленную базу перспективных технологий: магнитных систем, в том числе сверхпроводящих, систем нагрева плазмы, систем управления и т. д. Развитые теоретические представления и численные модели позволяют описать множество сложных нелинейных явлений в высокотемпературной плазме токамака.

#### 4. РАВНОВЕСИЕ ПЛАЗМЫ

Если плазма токамака находится внутри области устойчивости, то в ней устанавливается равновесие, т. е. градиент давления уравнивается силой Ампера:

$$\nabla p = [\mathbf{j}\mathbf{B}]/c. \quad (22)$$

Здесь  $\mathbf{j}$  — плотность тока,  $\mathbf{B}$  — вектор магнитного поля, квадратные скобки означают векторное произведение,  $c$  — скорость света. Здесь используется система CGSE. При переходе к практической системе и измерении тока в мегаамперах вместо величины  $c$  нужно просто подставить число 10. Из уравнения (22) следует:

$$\mathbf{B}\nabla p = 0, \quad \mathbf{j}\nabla p = 0. \quad (23)$$

Эти соотношения можно рассматривать как условия постоянства давления вдоль силовых линий магнитного поля и линий тока: по этим направлениям сила Ампера не действует, так что вдоль них давление должно выравниваться. Условие (23) означает вместе с тем, что силовые линии и линии тока лежат на поверхностях  $p = \text{const}$ : эти поверхности тем самым являются магнитными поверхностями. В токамаке магнитные поверхности являются тороидальными, вложенными друг в друга. При стремлении малого радиуса к нулю получается линия, которая называется магнитной осью. Все последующие магнитные поверхности обнимают эту ось.

Если аспектное отношение  $R/a$  достаточно велико, то можно отдельно рассматривать равновесие по малому и большому радиусам. При рассмотрении равновесия по малому радиусу для плазмы круглого сечения можно приближенно пренебречь кривизной плазменного шнура, т. е.  $a/R \rightarrow 0$ , и считать магнитные поверхности круглыми цилиндрическими,  $r = \text{const}$ . Условие равновесия принимает вид:

$$\frac{dp}{dr} + \frac{d}{dr} \left( \frac{B_T^2}{8\pi} \right) + \frac{B_\theta}{r} \frac{d}{dr} \left( \frac{rB_\theta}{4\pi} \right) = 0. \quad (24)$$

Тороидальное магнитное поле в токамаке является очень сильным, поэтому оно мало изменяется по сравнению с начальным вакуумным значением  $B_T^0 = \text{const}$ . Полагая в (24)  $B_T = B_T^0 + \Delta B_T$ , где  $\Delta B_T$  мало, и ограничиваясь только линейным приближением по  $\Delta B_T$ , запишем (24) в виде:

$$4\pi \frac{dp}{dr} + B_T^0 \frac{d}{dr} (\Delta B_T) + \frac{B_\theta}{r} \frac{d}{dr} (rB_\theta) = 0. \quad (25)$$

Так как для трех функций  $p$ ,  $B_\theta$ ,  $B_T$  мы имеем только одно условие равновесия (25), то его можно интерпретировать просто как уравнение для определения малой величины  $\Delta B_T$  при произвольных  $p(r)$ ,  $B_\theta(r)$ . Другими словами, равновесие по малому ра-

диусу никак не ограничивает профилей давления и плотности тока как функций малого радиуса.

Умножим уравнение (25) на  $2r^2dr$  и проинтегрируем результат по области шнура, т. е. от нуля до  $r=a$ . Первое слагаемое после интегрирования по частям дает  $-8\pi\langle p \rangle a^2$ , где угловые скобки означают усреднение по поперечному сечению шнура. Третье слагаемое дает величину  $a^2 B_0^2(a) = 4a^2 I^2 c^{-2}$ . А второе слагаемое после интегрирования по частям дает выражение:

$$B_T^0 \left[ 2a^2 \cdot \Delta B_T(a) - \int_0^a 4r \cdot \Delta B_T dr \right].$$

Обозначим через  $\Delta\Phi_i$  величину изменения продольного магнитного потока в шнуре плазмы по сравнению с вакуумным его значением:

$$\Phi_i = \int_0^a 2\pi r B_T dr. \quad (26)$$

Пусть  $r_c$  — представляет собой радиус тороидальных катушек магнитного поля. Так как за пределами плазменного шнура продольное магнитное поле однородно, то величина  $\Delta B_T(a)$  остается постоянной в кольце  $a < r < r_c$ . Поэтому изменение полного продольного потока

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_i + \pi(r_c^2 - a^2) \Delta B_T(a). \quad (27)$$

Будем считать, что  $\Delta\Phi = 0$ , поскольку поток  $\Phi$  фиксирован катушками тороидального магнитного поля. Тогда (27) позволяет выразить  $\Delta B_T$  через  $\Delta\Phi_i$ . После этого результат от интегрирования (25) можно представить в виде:

$$C B_T^0 \Delta\Phi_i = I^2 / c^2 - 2\pi \langle p \rangle, \quad (28)$$

где константа  $C = r_c^2 B_T^0 / 2\pi a^2 (r_c^2 - a^2)$ . Величина изменения продольного потока  $\Delta\Phi_i$  легко измеряется экспериментально. Таким образом соотношение (28) позволяет измерить среднюю по объему величину давления плазмы. Как мы видим из (28), ток в плазме создает парамагнетизм — усиление потока внутри плазмы, а давление плазмы приводит к эффекту диамагнетизма. Поэтому измерение  $\langle p \rangle$  по величине  $\Phi_i$  означает фактически использование диамагнитного сигнала.

Отметим попутно еще одно обстоятельство, важное для понимания физики токамака. Величина изменения энергии продольного магнитного поля в линейном по  $B_T$  приближении равна:

$$\Delta \mathcal{E}_T = \int_0^{r_c} \frac{B_T^0 B_T}{4\pi} 2\pi r dr = \frac{B_T^0}{4\pi} \Delta\Phi = 0, \quad (29)$$

так как равно нулю изменение полного магнитного потока,  $\Delta\Phi = 0$ . Это утверждение имеет гораздо более общее значение:

при любых изменениях давления и полоидального поля в токамаке сильное тороидальное магнитное поле играет роль наложенной извне связи и энергетически никак не участвует в этих процессах.

Рассмотрим теперь равновесие по большому радиусу. Для всего шнура в целом равновесие определяется соотношением (5), которое мы запишем в виде:

$$\beta_p + 0,5l_i = 2B_z R / B_p a. \quad (30)$$

Здесь  $\beta_p = 8\pi \langle p \rangle / B_p^2$ ,  $l_i$  — внутренняя индуктивность плазменного шнура,  $B_p = B_\theta(a)$  — полоидальное поле на границе плазменного шнура,  $B_z$  — вертикальное поле равновесия.

Соотношение вида (30) можно использовать для внутренних магнитных поверхностей, если его модифицировать соответствующим образом. В самом деле, рассмотрим некоторый внутренний тороид малого радиуса  $r$  (см. рис. 6а). На этот тороид по-прежнему действует сила выталкивания по большому радиусу  $F_p$  (см. формулу (4)), однако, подобно воздействию силы Архимеда на погруженное в жидкость тело, сила выталкивания определяется избыточным давлением по сравнению с давлением  $p(r)$  в точке  $r$ . Таким образом, для тороида радиуса  $r$  вместо (1) имеем:

$$F_p = (\bar{p} - p) 2\pi r^2 / R, \quad (31)$$

где

$$\bar{p}(r) = \frac{1}{\pi r^2} \int_0^r 2\pi p r dr$$

среднее значение давления внутри радиуса  $r$ . Таким образом, для внутреннего тороида  $\beta_p = 8\pi(\bar{p} - p) / B_\theta^2(r)$ . Величина  $l_i$  — это внутренняя индуктивность:  $l_i = 2c^2 \mathcal{E}_p / I^2$ , где  $\mathcal{E}_p$  — энергия полоидального магнитного поля, равная  $\langle B_\theta^2 \rangle \pi a^2 / 8\pi$ . Таким образом, величину  $l_i$  для всего шнура можно записать в виде  $\langle B_\theta^2 \rangle / B_p^2$ . Для внутреннего тороида радиуса  $r$  в формулу равновесия (30) вместо  $l_i$  следует подставить величину  $\bar{B}_\theta^2 / B_\theta^2$ , где чертой снова обозначено усреднение по внутреннему тору.

Напомним, что для равновесия всего шнура в целом потребовалось вертикальное поле  $B_z$ . Оно усиливает собственное поле плазмы на наружном обводе и ослабляет его на внутреннем обводе. Аналогичным образом и внутренний тороид должен «упираться» в полоидальное поле снаружи от него. Для этого он должен несколько сместиться по радиусу наружу, чтобы усилить поле на его наружном обводе и ослабить поле на внутреннем обводе. Другими словами, возникает радиальное смещение магнитных поверхностей, которое называется смещением Шафранова. Обозначим через  $\Delta(r)$  смещение магнитной поверхности радиуса  $r$ . Чтобы возникла радиальная сила, направлен-

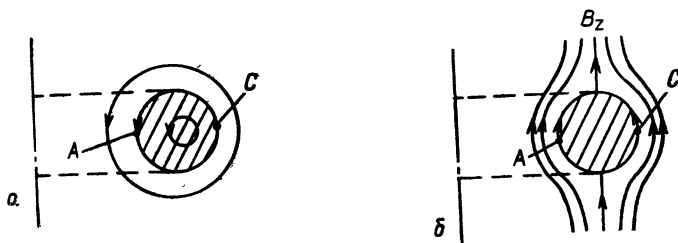


Рис. 6. Связь вертикального поля равновесия  $B_z$  со смещением магнитных поверхностей:

а — смещение внутреннего тороида вызывает появление косинусной добавки к магнитному полю  $B_\theta \cdot \Delta'(r) \cos \theta$ , что эквивалентно помещению тороида в «обтекающее» его вакуумное поле  $B_z$ ; б — форма силовых линий обтекающего поля. Вдали от поверхности  $B_z$  вдвое меньше, чем в точках А и С

ная к оси симметрии, смещение  $y$  внутренних поверхностей должно быть больше, чем у наружных, как показано на рис. 6а. При малом смещении  $\Delta$  расстояние между соседними поверхностями, равное первоначально  $dr$ , становится равным  $dr - \Delta' dr$  в точке А и  $dr + \Delta' dr$  в точке С, где  $\Delta' = d\Delta/dr$ . Соответственно, в точке А поле ослабляется и становится равным  $B_\theta(1 + \Delta')$ , а в точке С изменяется до величины  $B_\theta(1 - \Delta')$ , где  $B_\theta$  — невозмущенное полоидальное поле. Таким образом, в точках А и С появляется вертикальное поле  $-\Delta' B_\theta$ . Найдем теперь эквивалентное поле равновесия  $B_z$ , под которым понимают вакуумное возмущение вдали от шнура. Соответствующее вакуумное поле изображено на рис. 6б. Как хорошо известно, поле  $B_z$  вдвое меньше поля в точках А, С, т. е.  $B_z = -\frac{1}{2} \Delta' B_\theta$ . Подставляя все найденные величины в уравнение радиального равновесия (30), отнесенное к тору радиуса  $r$ , получим соотношение для смещения  $\Delta$ :

$$-\Delta' = \frac{r}{R} \left\{ \frac{8\pi(\bar{p} - p)}{B_\theta^2} + \frac{B_\theta^2}{2B_\theta^2} \right\}. \quad (32)$$

Как мы видим, смещение  $\Delta$  возрастает с  $\beta_\theta$  и может достигать величины  $\sim a$  при  $\beta_\theta \sim R/a$ . В крутых торах аспектное отношение  $R/a$  нельзя считать очень большой величиной. Поэтому для них раздельное рассмотрение равновесия по малому и большому радиусу становится непригодным. Но векторное уравнение (22) в силу осевой симметрии можно свести к более простому скалярному уравнению Грэда—Шафранова.

Для его вывода используем цилиндрическую систему координат  $R, \varphi, z$ .  $B_\varphi$  — это тороидальное магнитное поле, равное в единицах CGSE  $2I_\varphi/cR$ , а  $I_\varphi$  — полный ток, протекающий через горизонтальную плоскость, опирающуюся на окружность радиуса  $R$  с текущей координатой  $z$ . Так как через магнитные поверхности ток не протекает, то  $I_\varphi$  оказывается постоянным на магнитной поверхности. Далее, дивергенция полоидального маг-

нитного поля равна нулю:

$$\frac{\partial}{R\partial R}(RB_R) + \frac{\partial}{\partial z} B_z = 0. \quad (33)$$

Поэтому полоидальное магнитное поле можно выразить через полоидальный магнитный поток:

$$B_R = \frac{\partial \psi}{R\partial z}, \quad B_z = -\frac{\partial \psi}{R\partial R}. \quad (34)$$

Как мы видим,  $\mathbf{B}\nabla\psi=0$ , т. е. функция  $\psi$  на магнитной поверхности постоянна. Следовательно, ток  $I_\varphi$  можно считать функцией от  $\psi$ . С помощью (34) азимутальную плотность тока, определяемого соотношением  $\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \text{rot } \mathbf{B}$ , можно выразить через  $\psi$ :

$$j_\varphi = \frac{c}{4\pi R} \Delta^* \psi, \quad (35)$$

где оператор  $\Delta^* = R \frac{\partial}{\partial R} \frac{\partial}{R\partial R} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ . Поскольку давление  $p$  также постоянно на магнитной поверхности и его можно рассматривать как функцию от  $\psi$ , то  $\nabla p = p' \nabla \psi$ , где  $p' = dp/d\psi$ . Теперь мы можем спроектировать векторное уравнение (22) на направление  $\nabla \psi$  и получить уравнение Грэда—Шафранова:

$$\Delta^* \psi + 4\pi R^2 p' + \frac{4}{c^2} I_\varphi I_\varphi' = 0. \quad (36)$$

Здесь штрих означает дифференцирование по  $\psi$ . Это уравнение оказывается достаточно удобным для численных расчетов равновесных конфигураций при любых сечениях плазменного шнура.

В уравнении (36) имеется очень большая величина  $I_\varphi$ , связанная с тороидальным магнитным полем. Но нетрудно видеть, что от абсолютной величины тороидального поля равновесие практически не зависит: при увеличении абсолютной величины поля автоматически уменьшается производная  $I_\varphi'$  и уравнение сохраняет свой вид. Важна лишь производная  $\frac{d}{d\psi}(I_\varphi)^2$ , и тороидальное магнитное поле можно менять в пределах, допускаемых условием  $I_\varphi^2 > 0$ .

Для реакторных условий наибольший интерес представляют диверторные конфигурации. На рис. 7а схематически показано, как выглядит сечение магнитных поверхностей в токамаке в случае *двухнулевого*, а на рис. 7б — *однонулевого* дивертора. Последний представляет собой, в сущности, внутреннюю часть более общей диверторной конфигурации, рис. 7в, которую называют *полудвухнулевой*. Если уменьшать величину вертикальной асимметрии, то полудвухнулевая диверторная конфигурация переходит в двухнулевую. Если область внутри сепаратрисы «вминать» со стороны внутреннего обвода, то образуется *D*-конфигурация, которая, кроме вытянутости  $K = b/a > 1$  поперечного сечения, характеризуется еще треугольностью  $\delta$ . Эта величина определяется так, как показано на рис. 8.

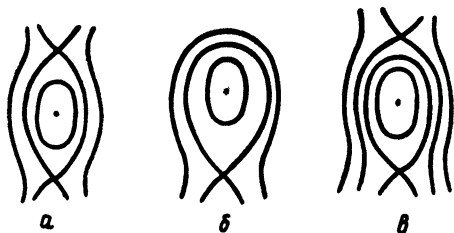


Рис. 7. Диверторные конфигурации магнитного поля:  
а — двухнулевая, б — однонулевая, в — полудвухнулевая

МГД-равновесия, описываемые уравнением (22), представляют собой на самом деле медленные потоки плазмы к стенкам из-за поперечной диффузии. Скорость конвекции на много порядков величины меньше средней тепловой скорости частиц. Однако чем ближе к краю плазмы, т. е. чем меньше плотность частиц, тем больше скорость конвекции. Особенно большой величины она достигает вблизи лимитера, который ограничивает плазменный шнур. Здесь образуется слой, опирающийся

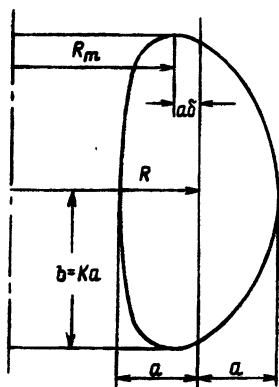


Рис. 8. Параметры D-образного сечения: вытянутость  $K = b/a$ , треугольность  $\delta = (R - R_m)/a$

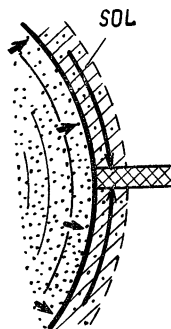


Рис. 9. Течение в SOL-слое, опирающемся на лимитер

на лимитер — СОЛ (по английски SOL — scrape-off layer). Частицы, попавшие в СОЛ, устремляются к лимитеру с околосветовыми скоростями. Так как поперечная скорость конвекции замагниченной плазмы очень мала по сравнению со скоростью звука, то толщина СОЛ обычно очень мала (рис. 9).

## 5. УСТОЙЧИВОСТЬ

Любое равновесие является физически реальным только в том случае, если оно является устойчивым. Неустойчивое равновесие — это абстрактная идеализация: если малые отклоне-



ния от равновесия начинают быстро нарастать, то равновесие долго не просуществует. Поскольку плазма является очень подвижной средой, обладающей огромным числом коллективных степеней свободы, то неустойчивостей в плазме много. В свое время они были детально исследованы и расклассифицированы.

Нужно себе ясно представлять, что эти неустойчивости, хотя и имеют общий источник происхождения — сильную неравновесность высокотемпературной плазмы, совершенно различны по степени опасности. Наиболее опасны глобальные неустойчивости, связанные с крупномасштабными возмущениями. Их называют еще МГД-неустойчивостями, поскольку для описания быстрых крупномасштабных перемещений плазмы может быть использовано приближение магнитной гидродинамики или, точнее, газодинамики, поскольку плазма сжимаема.

МГД-неустойчивости опасны и могут привести к полному разрушению плазмы. Если они устранены, то могут развиваться более медленные микроскопические неустойчивости. С последними вполне можно мириться, поскольку они не приводят к разрушению плазмы, а лишь усиливают транспортные потоки — диффузию и теплопроводность. При этом равновесие плазмы устанавливается лишь в среднем: на фоне макроскопического МГД-равновесного состояния могут протекать самые разнообразные явления коллективного характера, как правило, сильно нелинейные и связанные подчас с хаотическими турбулентными процессами. Изучение неустойчивостей в линейном приближении представляет интерес по всем ветвям коллективных движений. По отношению к крупномасштабным возмущениям плазма должна быть устойчива, а изучение мелкомасштабных неустойчивостей может быть первым шагом к пониманию нелинейных шумов и турбулентности.

Рассмотрение неустойчивостей естественно начать с крупномасштабных МГД-мод. У плазмы токамака имеются два источника неравновесности, т. е. два источника энергии для возбуждения колебаний: магнитная энергия собственного тока в плазме и тепловая энергия плазмы. При больших давлениях они начинают взаимодействовать друг с другом, но при малых  $\beta$  их можно изучать раздельно. Магнитная энергия тока возбуждает винтовые неустойчивости, а тепловая энергия — желобковые и баллонные.

### 5.1. Винтовая неустойчивость

Винтовая неустойчивость плазмы токамака является самой грозной и самой грубой, а для понимания ее физического смысла допустимы наибольшие упрощения (хотя для точного описания плазмы некруглого сечения требуется численный анализ).

Поэтому вместо тороидального шнура мы рассмотрим прямой цилиндр длиной  $L=2\pi R$  с отождествленными торцами

(рис. 10а). Соответственно воспользуемся цилиндрической системой координат  $r, \theta, z$ , где вертикальная координата  $z$  заменяет величину  $R\phi$  в использованной ранее системе координат, рис. 3. Впрочем, наряду с новой координатой  $z$  мы будем пользоваться и координатой  $\phi$ . Наложим на цилиндрический шнур малое возмущение. Поскольку возмущение должно быть периодическим по углам  $\theta, \phi$ , то оно должно представлять собой сумму гармоник вида  $\exp(im\theta - in\phi)$ , где  $n, m$  — целые числа. Условимся называть это возмущение модой  $m/n$ . Число  $m$  указывает на «заходность» винтового возмущения. Например, при  $m=3$  получаем «трехзаходный» винт, рис. 10б. А при  $m=1$  шнур извивается по винту вместе с магнитной осью.

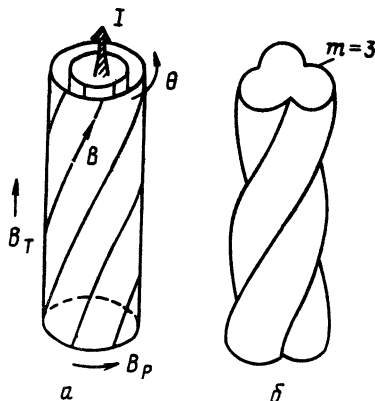


Рис. 10. Винтовые возмущения в плазме токамака:

а — цилиндрический плазменный столб длиной  $2\pi R$  с отождествленными концами; б — возмущения  $m=3$

Силловые линии невозмущенного состояния (рис. 10а) являются винтовыми, и возникает естественный вопрос, как соотносятся между собой винтовая симметрия силовых линий и винтовых возмущений. У силовых линий  $d\theta = q^{-1}d\phi$ , т. е. они соответствуют соотношению  $q\theta - \phi = \text{const}$ . Отсюда видно, что при условии

$$q = m/n \tag{37}$$

шаг силовой линии совпадает с шагом винтового возмущения. В общем случае  $q$  является функцией радиуса  $r$ , так что условие (37) оказывается выполненным в некоторой точке  $r=r_*$ . Эта точка называется резонансной, а соответствующая магнитная поверхность тоже резонансной или рациональной, так как  $q$  выражается в виде рациональной дроби (37). Резонансная точка  $r_*$  может находиться либо снаружи от плазменного шнура, либо внутри его. Оказывается, что эти два случая сильно различаются между собой. Собственно винтовая неустойчивость

(по английски — «*kink*») относится к случаю  $r_s > a$ . Если же  $r_s < a$ , т. е. резонансная точка попадает внутрь плазмы, то неустойчивость называют разрывной (по английски — «*tearing*») или тиринг-модой.

Винтовая неустойчивость была подробно исследована В. Д. Шафрановым [7] на начальном этапе работ по токамакам, а впоследствии она была детально изучена, в том числе, для плазмы некруглого сечения с помощью численных расчетов.

### 5.1.1. Редуцированные МГД-уравнения

Теоретическое описание винтовых мод производится с помощью уравнений магнитной гидродинамики. Для идеальной плазмы, т. е. в пренебрежении диссипативными процессами, эти уравнения имеют вид:

$$m_i n \frac{dv}{dt} + \nabla p = \frac{1}{c} [\mathbf{j}\mathbf{B}], \quad (38)$$

$$\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \text{rot } \mathbf{B}, \quad (39)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0, \quad (40)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot} [\mathbf{v}\mathbf{B}], \quad (41)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div} (n\mathbf{v}) = 0. \quad (42)$$

Уравнения записаны в системе единиц CGSE,  $c$  — скорость света, квадратные скобки означают векторное произведение, а остальные обозначения общеупотребительны.

Оказывается, что для токамака эти уравнения можно сильно упростить, пользуясь тем, что продольная компонента магнитного поля  $B_z = B_T$  значительно превосходит поперечную составляющую поля  $B_\perp$  в плоскости  $r, \theta$ . Физически это упрощение состоит в исключении быстрых магнитозвуковых волн, которые не могут возбуждаться естественными движениями плазмы.

Редуцированные уравнения были впервые получены Б. Б. Кадомцевым и О. П. Погуце в 1973 г. [31]. Затем они использовались М. Н. Розенблютом с соавторами [32, 33], А. Страусом [34] и другими авторами. Сами уравнения обычно называют редуцированными МГД. В отечественной литературе иногда встречается термин уравнения Кадомцева—Погуце, а в зарубежной — уравнения Страуса. Впоследствии в упрощенных уравнениях были учтены различные поправки более высокого порядка малости, но все же наиболее ясная качественная картина винтовых течений плазмы, в том числе нелинейных, достигается с помощью максимально простого нулевого приближения по  $B_T^{-1}$ . Идея упрощения состоит в том, что  $B_z = B_T$  прини-

мается постоянным, а движения плазмы допускаются только в поперечном направлении, так что  $v_z \equiv 0$ .

В этих предположениях  $z$ —компонента уравнения вмерзженности поля (41) сводится к утверждению:

$$\operatorname{div} \mathbf{v}_\perp = 0, \quad (43)$$

а уравнение (40) принимает простой вид:

$$\operatorname{div} \mathbf{B}_\perp = 0. \quad (44)$$

Делая естественное допущение, что все величины медленно меняются вдоль оси  $z$ , т. е.  $\frac{\partial}{\partial z} \sim \frac{B_\perp}{B_T} \cdot \nabla_\perp$ , можно провести строгое разложение исходных уравнений по обратным степеням  $B_T$ . Тогда уравнения (38), (41) упрощаются и принимают вид:

$$m_i n \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \nabla P = \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} \nabla) \mathbf{B}_\perp, \quad (45)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}_\perp}{\partial t} = \operatorname{rot} [\mathbf{v} \mathbf{B}_\perp] + B_T \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}, \quad (46)$$

где  $P$ —сумма давлений плазмы и магнитного поля, а  $\mathbf{B} \nabla = B_T \nabla_z + \mathbf{B}_\perp \nabla_\perp$ . Уравнения (43)—(46) и называются редуцированными уравнениями магнитной гидродинамики.

Их можно еще больше упростить, если сделать допущение, что  $n = n_0 = \text{const}$  поперек плазменного шнура. Разумеется, при таком допущении теряются некоторые детали временной эволюции плазменного шнура, но сохраняется вся силовая часть, существенная для неустойчивости и качественной картины нелинейного течения.

С учетом (43), (44) можно ввести две скалярные функции  $\chi, \psi$ :

$$\mathbf{v}_\perp = [e_z \nabla \chi]; \quad \mathbf{B}_\perp = [e_z \nabla \psi], \quad (47)$$

где  $e_z$ —единичный вектор вдоль вертикальной оси. После чего уравнения (45), (46) приводятся к двум скалярным уравнениям:

$$m_i n_0 \frac{d\Gamma}{dt} = \frac{1}{c} (\mathbf{B} \nabla) j, \quad (48)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = B_0 \frac{\partial \chi}{\partial z}. \quad (49)$$

Здесь  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_\perp \nabla_\perp$ ,  $\Gamma$ —плотность вихря:  $\Gamma = \operatorname{rot}_z \mathbf{v}_\perp = \Delta_\perp \chi$ ;  $j$ —продольная компонента тока:

$$j = \frac{c}{4\pi} \Delta_\perp \psi. \quad (50)$$

Именно эту пару скалярных уравнений (48)—(49) иногда называют уравнениями Страуса.

### 5.1.2. Линейное приближение

Для исследования винтовой неустойчивости уравнения (48), (49) следует линеаризовать. В линейном приближении для возмущений вида  $\exp(-i\omega t + im\theta - in\phi)$  они принимают вид:

$$\omega m_i n_0 \Delta_{\perp} \tilde{\chi} = -\frac{B_{\theta}}{4\pi r} (m-nq) \Delta_{\perp} \tilde{\psi} + \frac{m}{rc} j' \tilde{\psi}, \quad (51)$$

$$\omega \tilde{\psi} = -\frac{B_{\theta}}{r} (m-nq) \tilde{\chi}, \quad (52)$$

где тильдой отмечены малые величины,  $q = RB_{\theta}/rB_T$ ,  $j' = \frac{dj}{dr}$ .

Особенно просто выглядит случай однородного распределения плотности тока,  $j = \text{const}$ ,  $q = \text{const}$ . Исключая  $\chi$ , находим:

$$\{\omega^2 - \omega_A^2 (m-nq)^2\} \Delta_{\perp} \psi = 0, \quad (53)$$

где введено обозначение  $\omega_A^2 = B_{\theta}^2/4\pi m_i n_0 r^2$ . Отсюда следует возможность двух решений. При

$$\omega^2 = \omega_A^2 (m-nq)^2 \quad (54)$$

величина  $\Delta_{\perp} \psi$  может быть произвольной. Это хорошо известные альфвеновские волны. Если же  $\omega^2$  не равно (54), то  $\Delta_{\perp} \psi = 0$ , что предполагает возмущение границы плазменного шнура.

Допустим, что плазменный шнур не окружен проводящим кожухом. Тогда имеем:

$$\tilde{\psi} = \begin{cases} \tilde{\psi}_a (r/a)^m & \text{при } r < a \\ \tilde{\psi}_a (a/r)^m & \text{при } r > a. \end{cases} \quad (55)$$

Точно так же выглядит и функция  $\chi$ . Как мы видим, производная  $\psi$  терпит разрыв на границе:

$$\Delta' = \frac{1}{\tilde{\psi}} \frac{d\tilde{\psi}}{dr} \Big|_{a+0} - \frac{1}{\tilde{\psi}} \frac{d\tilde{\psi}}{dr} \Big|_{a-0} = -2m/r. \quad (56)$$

Разрыв производной возмущенного магнитного потока означает наличие поверхностного тока, который во взаимодействии с полоидальным полем оказывает воздействие на плазменный шнур.

Чтобы найти еще одно условие шивки, следует проинтегрировать уравнение (51) по малому интервалу, включающему точку  $r=a$ . Если вернуться к выводу уравнения (48) из (45), то легко заметить, что одна производная по  $r$  должна быть снаружи от плотности  $n(r)$ . Поэтому уравнение (51) легко интегрируется по  $r$  от  $a-0$  до  $a+0$ :

$$-\omega m_i n_0 \frac{m}{a} \tilde{\chi}_a = \frac{B_p^a m}{2\pi a^2} (m-nq) \tilde{\psi}_a - \frac{m}{2\pi} B_p^a \tilde{\psi}_a, \quad (57)$$

где  $B_p^a = B_p(r=a)$ .

Исключая отсюда  $\chi_a$  с помощью (52), находим дисперсионное уравнение:

$$\gamma^2 = -2(m-nq)(m-1-nq), \quad (58)$$

где  $\gamma^2 = -2\omega^2/\omega_A^2$  — нормированный инкремент нарастания винтовых возмущений.

На рис. 11а представлена зависимость инкремента  $\gamma$  от  $nq$  при различных  $m$ . Как мы видим, при любом  $nq$  находится такое  $m$ , чтобы соответствующая гармоника была неустойчивой.

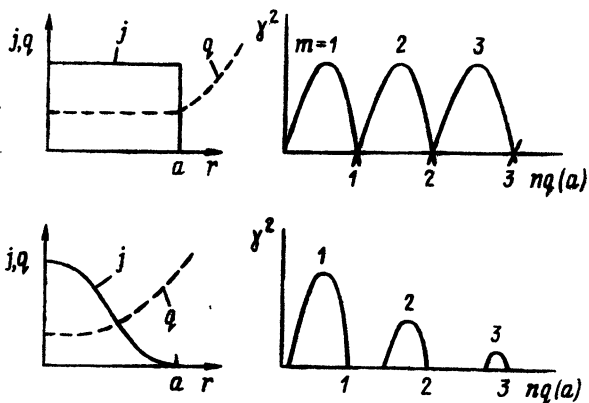


Рис. 11. Зависимость областей неустойчивости ( $\gamma^2 > 0$ ) идеальных МГД-винтовых мод от профиля тока

Но этот неутешительный вывод является следствием принятой простейшей модели  $j_0 = \text{const}$ . Если ток не однороден, да к тому же, если имеется проводящий кожух, то картина изменяется к лучшему, как показано кривой на рис. 11б. Другими словами, появляются окна устойчивости, в которых и должен работать токамак. Эти окна имеются только при  $q_a > 1$ .

При наличии тороидальности происходит небольшое зацепление соседних по  $m$  мод, но возможность устойчивого состояния сохраняется. Таким образом, винтовая неустойчивость не препятствует стабильному удержанию плазмы токамака, но она может мгновенно разрушить плазму при небрежном к ней отношении.

### 5.1.3. Магнитные пузыри

Физику винтовой неустойчивости гораздо легче понять, если не ограничиваться линейным приближением, а сразу рассмотреть ее нелинейную стадию. Для этого достаточно ограничиться классом нелинейных течений с винтовой симметрией, когда все величины можно считать функциями  $t, r, \theta - n\phi/m$ . При этом в

уравнениях (45), (46) производная по  $z$  превращается в  $-(n/mR)\partial/\partial\theta$ . Как можно показать, введением вспомогательного магнитного поля:

$$B_{\perp}^* = B_{\perp} - \frac{B_{\perp}}{R} \frac{n}{m} r e_{\theta}, \quad (59)$$

где  $e_{\theta}$  — единичный вектор вдоль малого азимута, уравнения (45), (46) приводятся к компактному виду, в котором  $B$  и  $B_{\perp}$  просто заменяются на  $B_{\perp}^*$ , так что второй член в правой части (46) исчезает. Таким образом, получаются полностью двумерные уравнения: течения в каждой плоскости просто повторяют друг друга, поворачиваясь на угол  $\Delta\theta = (n/m)\Delta\phi$  при сдвиге  $\Delta\phi$  вдоль оси  $z$ . Наиболее прост случай, когда величина  $q$  постоянна по сечению и равна  $m/n$ . При этом  $B_{\theta} = = rnB_T/mR$ , так что вспомогательное поле (59) равно нулю и будет оставаться равным нулю все время. Таким образом, несжимаемое движение плазмы вообще не чувствует никаких внутренних сил со стороны магнитного поля: оно состоит из смещений желобкового типа, постоянных вдоль силовых линий. Ясно, что в этом случае работу может совершать только внешнее магнитное поле. Легко видеть, что внешнее магнитное поле может сначала создать желобок на границе плазмы, а затем проникнуть в плазму в виде «пузыря» (рис. 12). Силовые линии внутри пузыря, будучи вначале винтовыми, выпрямляются. А это означает, что такой процесс энергетически выгоден. При достаточно большом размере пузыря он может захватить в себя весь полоидальный магнитный поток из внешней области между плазмой и кожухом: полный ток для внешнего наблюдателя исчезнет — его компенсирует поверхностный ток обратного направления.

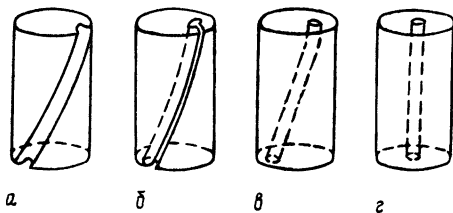


Рис. 12. Развитие винтовой неустойчивости в виде проникновения винтового пузыря в центр плазмы

Рассмотренный процесс — это самая простая идеализированная модель дестабилизирующей неустойчивости, т. е. полного срыва тока. Реальный процесс неустойчивости срыва сопровождается бурными колебаниями плазмы, но конечная его причина та же

самая — возможность перехода энергии полоидального магнитного поля в кинетическую энергию плазмы с последующим выбросом всей энергии плазмы на стенки.

## 5.2. Желобковая неустойчивость

Рассмотрим теперь неустойчивости, связанные с давлением плазмы. Простейшая из них получила название конвективной или желобковой [37, 38]. Эта неустойчивость легче всего анализируется в случае ловушек с замкнутыми силовыми линиями аналогично тому, как это было сделано при рассмотрении равновесия плазмы.

Пусть силовые линии магнитной ловушки замкнуты, а давление плазмы мало, так что  $\beta \ll 1$ . Рассмотрим замкнутую магнитную трубку с плазмой, находящуюся в вакуумном поле. Такая трубка стремится расширяться как в поперечном, так и в продольном направлении, т. е. увеличить свой объем  $V = \oint S dl$ , где  $S$  — поперечное сечение трубки. Так как поток  $\Phi = SB$  вдоль трубки один и тот же, то  $V = \Phi \oint (dl/B)$ . Таким образом, плазма стремится увеличить интеграл  $U = \oint \frac{dl}{B}$ . В тороидальном вакуумном поле этот интеграл пропорционален  $R^2$ . Поэтому при смещении трубки на нее действует объемная сила выталкивания, которую можно найти по работе  $p dV = F_R dRV$ . Отсюда находим:

$$F_R = p \frac{V'}{V} = p \frac{U'}{U} = 2p/R. \quad (60)$$

Эта сила сходна с силой тяжести, но роль массовой плотности играет давление  $p$ . Как и для жидкости с неоднородной плотностью в гравитационном поле, равновесие существует только для стратифицированного распределения  $p = p(R)$ . Если  $p' > 0$ , то это равновесие устойчиво, а если  $p' < 0$ , то возникает конвективная неустойчивость. Физика этой неустойчивости очень проста. Если некоторая трубка с плазмой смещается на расстояние  $\xi$ , то давление в ней  $p(R)$  отличается от давления окружающей плазмы  $p(R + \xi)$  на величину  $\delta p = -\xi p'$ . При  $p' < 0$  величина  $\delta p > 0$ , так что полная сила с учетом «архимедова выталкивания» будет способствовать дальнейшему выталкиванию этой трубки наружу.

Рассмотрим теперь, как меняется  $U$  по малому радиусу в токамаке в идеальном случае замкнутых силовых линий, т. е.  $q = m/n = \text{const}$ . Так как в токамаке полоидальное поле значительно меньше тороидального, то абсолютная величина поля определяется тороидальным полем и спадает как  $1/R$  с большим радиусом. Что касается  $dl$ , то оно с той же точностью равно  $dl \cong R d\varphi$ . Но из геометрических соображений очевидно, что  $r d\theta/R d\varphi = B_\theta/B$ , так что  $dl = R d\varphi = (Br/B_\theta) d\theta$ . Но тогда  $U = \oint dl/B = r \oint d\theta/B_\theta = r 2\pi n \langle 1/B_\theta \rangle$ , где  $n$  — число оборотов си-



ловой линии по большому азимуту, а среднее значение  $\langle 1/B_0 \rangle$  при  $q = \text{const}$  приближено пропорционально  $1/r$ . Таким образом, с точностью до квадратичных по  $r$  членов включительно интеграл  $U$  при  $q = \text{const}$  не зависит от  $r$ , и магнитная трубка не испытывает никакой силы по малому радиусу. Другими словами, в этом приближении нет ни магнитной ямы, ни магнитного бугра.

Можно пытаться найти следующее приближение. При этом следует учесть еще два конкурирующих эффекта. С одной стороны, у смещения трубки нужно учитывать баллонный эффект — на наружном обводе смещение может быть несколько больше, чем на внутреннем. А с другой стороны, усреднение  $1/B_0$  по углу нужно проводить с учетом давления плазмы, в которую погружена рассматриваемая нами трубка. Это давление приводит к смещению магнитных поверхностей: они сближаются между собой на наружном обводе и раздвигаются на внутреннем обводе. В силу этого коэффициент  $Br/B_0$  в соотношении  $dl = (Br/B_0) d\theta$  увеличивается на внутреннем обводе, что увеличивает вклад этой области в  $U$ . Возникает своеобразный эффект самоуглубления магнитной ямы [39]. Два этих эффекта в значительной мере компенсируют друг друга, так что условие устойчивости с учетом «шира» принимает вид:

$$\frac{8\pi p' r}{B^2} (1 - q^2) + \frac{1}{4} S^2 > 0, \quad (61)$$

где  $p' = \frac{dp}{dr}$ ,  $S = \frac{1}{q} \frac{dq}{dr}$ .

Условие устойчивости (61) было получено В. Д. Шафрановым и Э. И. Юрченко [40], оно следует также из общего условия желобковой устойчивости Мерсье [41]. Итак, при  $q > 1$  желобковая неустойчивость стабилизирована магнитной ямой и широм.

### 5.3. Внутренняя винтовая мода

Если на магнитной оси  $q(0) < 1$ , то согласно (61) там должен быть магнитный бугор. Величина шира вблизи  $r=0$  также исчезающе мала. Поэтому возникает вопрос об устойчивости идеальной винтовой моды  $m=1/n=1$ . Оказывается, что для правильного теоретического описания этой моды следует учесть тороидальность плазменного шнура и возникающего за счет нее зацепления моды  $m=1$  с модой  $m=2$ . Соответствующее рассмотрение было проведено М. Буссак с соавторами [42]. Ими было показано, что тороидальное зацепление с модой  $m=2$  играет стабилизирующую роль, так что неустойчивость может развиваться только при не очень малых  $\beta_p$ . Критическое значение  $\beta_p$  зависит от профиля распределения плотности тока,

составляя величину  $\sim 0,3$  при параболическом профиле. Однако очень малый шир может сильно снизить порог неустойчивости [43].

#### 5.4. Тиринг-неустойчивость

Если рациональная точка  $q(r_s) = m/n$  винтового возмущения попадает внутрь плазмы, то при некоторых условиях может развиваться тиринг-неустойчивость, даже если идеальная мода стабилизирована. Тиринг-неустойчивость приводит к разрыву магнитных поверхностей, именно с этим и связано ее название (to tear — рвать).

Тиринг-мода является медленной: разрыв магнитных поверхностей происходит за счет перезамыкания силовых линий из-за конечной электропроводности и поэтому протекает медленнее по сравнению с идеальной МГД-модой.

Раз процесс медленный, то его можно описывать уравнением равновесия вида (45) или (48). Если ввести в рассмотрение вспомогательное поле  $B_*$  и соответствующий ему магнитный поток  $\psi^*$  по формуле, аналогичной (47), то условие винтового равновесия примет вид:

$$\mathbf{B} \cdot \nabla j = [\nabla \psi_* \cdot \nabla j] = 0. \quad (62)$$

Здесь под  $j$  можно подразумевать величину:

$$j_* = (c/\pi) \Delta_{\perp} \psi_*, \quad (63)$$

поскольку разница между  $\psi_*$  и  $\psi$  согласно (59) выглядит как:

$$\psi_* = \psi + \frac{B_T r^2}{2R} \frac{n}{m}, \quad (64)$$

так что  $\Delta_{\perp} \psi_* = \Delta_{\perp} \psi + \text{const}$ . Из (62), (63) следует, что условие равновесия удовлетворяется при

$$\Delta_{\perp} \psi_* = F(\psi_*), \quad (65)$$

где  $F(\psi_*)$  — произвольная функция  $\psi_*$ .

Уравнение (65) по внешнему виду кажется достаточно простым, однако оно обладает очень многими решениями, в том числе и нетривиальными. К одному из классов таких решений относятся рассмотренные нами выше магнитные пузыри, т. е. вакуумные «винтовые змеи». Если эти «змеи» заполнены плазмой, отличной от основной плазмы, то это будут «плазменные змеи».

Уравнение (65) описывает также равновесия, мало отличающиеся от цилиндрического. Положим  $\psi_* = \psi_0^* + \tilde{\psi}$ , где  $\psi_0^*$  — равновесное значение, а  $\tilde{\psi}$  — малая поправка. Величина  $\psi_0^*$  зависит только от  $r$ , а  $\tilde{\psi}$  — еще и от  $\theta - (n/m)\phi$ . Так как  $\psi$

мало, то уравнение (65) можно линеаризовать:

$$\Delta_{\perp} \tilde{\psi} = \left( \frac{dF}{d\psi_*} \right)_{\psi_0^*} \tilde{\psi}. \quad (66)$$

Производная

$$\frac{dF}{d\psi_*} = \frac{dF}{dr} \left( \frac{d\psi_*}{dr} \right)^{-1} = -\frac{4\pi}{c} j' (B_{\theta}^*)^{-1},$$

где  $j'$  — производная от невозмущенного тока по  $r$ , а

$$B_{\theta}^* = B_{\theta} - \frac{B_T n}{Rm} r. \quad (67)$$

Нетрудно видеть, что получающееся после этих преобразований уравнение

$$B_{\theta}^* \Delta_{\perp} \tilde{\psi} + \frac{4\pi}{c} j' \tilde{\psi} = 0 \quad (68)$$

полностью совпадает с (51) при  $\omega=0$ , чего и следовало ожидать.

Уравнение (68) имеет особенность в точке  $r_s$ , где  $q(r_s) = m/n$  и  $B_{\theta}^* = 0$ . Поэтому можно поступить следующим образом. Найдем сначала регулярное решение  $\tilde{\psi}_i$  изнутри плазмы до точки  $r_s$ , затем  $\tilde{\psi}_e$  — снаружи от  $r_s$ , включая внешнюю область между плазмой и проводящим кожухом. По этим решениям найдем:

$$\Delta' = \left( \frac{1}{\tilde{\psi}_e} \frac{d\tilde{\psi}_e}{dr} \right)_{r_s+0} - \left( \frac{1}{\tilde{\psi}_i} \frac{d\tilde{\psi}_i}{dr} \right)_{r_s-0}.$$

Этой величины вполне достаточно, чтобы построить одно из возможных стационарных решений. А именно, в качестве решения можно принять  $\tilde{\psi} = \tilde{\psi}_i$  при  $r < r_s$  и  $\tilde{\psi} = \tilde{\psi}_e$  при  $r > r_s$  при условии их сшивки  $\tilde{\psi}_i(r_s) = \tilde{\psi}_e(r_s)$ . Уравнение (66) при этом будет удовлетворено, но у плотности тока, т. е. у  $\Delta\tilde{\psi}$ , появится особенность. Другими словами, на рациональной поверхности должен течь поверхностный ток  $j_s$  вдоль невозмущенного магнитного поля:

$$j_s = \frac{c}{4\pi} \int_{r_s-0}^{r_s+0} \Delta_{\perp} \tilde{\psi} dr = \frac{c}{4\pi} \Delta' \tilde{\psi}(r_s).$$

При исчезающе малом возмущении  $\tilde{\psi}$  это решение является правильным, но его следует более подробно проанализировать при конечном  $\tilde{\psi}$ .

Для этого рассмотрим, как ведет себя  $\psi_0^*$  вблизи точки  $r_s$ . Введем для удобства расстояние от рациональной поверхности

$x = r - r_s$ . Согласно (67) вблизи рациональной поверхности имеем:

$$B_\theta^* = -B_\theta \frac{q'}{q} x, \quad \psi^* = \psi^*(r_s) - B_\theta \frac{q'}{q} \frac{x^2}{2}, \quad (69)$$

где  $B_\theta$  — величина полоидального магнитного поля в точке  $r_s$ , а производная  $q' = dq/dr$ . Напомним, что  $B_\theta = \frac{d\psi}{dr}$ .

Пусть зависимость  $\tilde{\psi}$  от угла  $\theta$  в некотором сечении  $\varphi = 0$  выбрана в виде:

$$\tilde{\psi} = \alpha \cos \theta, \quad (70)$$

где положительная константа  $\alpha$  представляет собой амплитуду возмущения  $\psi$  в точке  $r_s$ . Рассмотрим теперь, как выглядят линии  $\psi^* = \text{const}$ , т. е.

$$-B_\theta \frac{q'}{q} x^2 + 2\alpha \cos \theta = \text{const}. \quad (71)$$

Эти линии показаны на рис. 13.



Рис. 13. Островная структура магнитных поверхностей

Как мы видим, рассматриваемое возмущение приводит к разрыву и расщеплению магнитных поверхностей. Только снаружи от сепаратрисы магнитные поверхности образуют систему вложенных друг в друга тороидальных поверхностей. А внутри сепаратрисы образуется серия «магнитных островов», т. е. поверхностей с винтовой структурой. Сепаратриса лежит на поверхности, задаваемой выбором константы в правой части, равной  $-2\alpha$ . Таким образом, сепаратриса определяется уравнением:

$$x^2 = 4\alpha \frac{q}{B_\theta q'} \cos^2 \frac{\theta}{2}. \quad (72)$$

Отсюда видно, что полуширина острова  $\omega$ , равная полуширине сепаратрисы при  $\theta = 0$ , равна:

$$\omega = \sqrt{4\alpha q / B_\theta q'}. \quad (73)$$

Ширина острова возрастает с возмущением  $\tilde{\psi}$  как корень квадратный из амплитуды возмущения.

Вернемся теперь к уравнению равновесия  $\Delta_\perp \psi = F(\psi)$ . Из него следует, что плотность тока  $j$  должна быть постоянной на магнитных поверхностях. Поэтому поверхностный ток (68) только вдали от островов виден как ток, локализованный на поверхности  $r_s$ . На самом деле, он должен складываться из токов внутри сепаратрисы и за ее пределами, но близко к сепаратрисе.

ратрисе. Не входя в детали, отметим, что приближенное решение строится аналитически довольно просто. Пример такого построения будет приведен в гл. 9. Величину поверхностного тока (68) можно теперь рассматривать как проинтегрированную по ширине  $\sim \omega$  возмущенную плотность тока. Внутри острова, где  $\tilde{\psi}(r_s) = +\alpha > 0$ , исходное возмущение плотности тока имеет порядок величины  $\tilde{j} \sim \frac{c\Delta'}{4\pi\omega} \alpha$ , т. е. оно пропорционально  $1/\alpha$ . Если  $\Delta' > 0$ , то возмущение плотности тока внутри острова отрицательно, а если  $\Delta' < 0$ , то положительно.

Учтем теперь малую резистивность плазмы  $\eta$ . В стационарном состоянии для поддержания тока  $j$  требуется наличие небольшого продольного электрического поля  $E$ , которое следовало бы учесть в уравнении, описывающем временную эволюцию магнитного поля (46). Для введенной нами функции потока  $\psi^*$  вспомогательного поля  $B_{\perp}^*$  учет резистивности выглядит особенно просто:

$$\frac{d\psi^*}{dt} = \frac{\partial\psi^*}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\psi^* = \frac{c}{4\pi} \eta \Delta_{\perp} \psi^*. \quad (74)$$

Это уравнение описывает временную эволюцию возмущения  $\tilde{\psi}^*$ : поддерживая возмущение плотности тока внутри острова можно только за счет соответствующего изменения  $\psi^*$  со временем. Из (74) видно, что внутри острова, где  $\Delta_{\perp} \psi^* \sim \sim \Delta' \tilde{\psi}^* / \omega$ ,

$$\frac{\partial \tilde{\psi}^*}{\partial t} \sim \eta \frac{c^2}{4\pi} \Delta' \tilde{\psi}^* / \omega.$$

Так как  $\tilde{\psi}^* \sim \omega^2$ , то получаем отсюда:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} \cong \frac{c^2 \eta}{4\pi} \Delta'. \quad (75)$$

Как мы видим, ширина острова линейно возрастает со временем при  $\Delta' > 0$  и затухает по линейному закону при  $\Delta' < 0$ . Такой режим эволюции магнитного острова принято называть резерфордским [45].

Итак, при  $\Delta' > 0$  в плазме начинает развиваться островная структура. Этот процесс и называется тиринг-неустойчивостью. При развитии острова величину  $\Delta'$  нужно вычислять по формуле (67) не в одной точке  $r_s$ , а, соответственно, в точках  $r_s + \omega$  и  $r_s - \omega$ . Когда таким образом определенная величина  $\Delta'$  обратится в нуль, остров придет в стационарное состояние.

Итак, в рамках одножидкостной гидродинамики с конечной резистивностью тиринг-неустойчивость развивается только при  $\Delta' > 0$ . Это означает, что опасны только гармоники с не очень большим  $m$ . В самом деле, при больших  $m$  в уравнении для  $\tilde{\psi}^*$  член с  $j'$  становится меньше остальных, так что решения вблизи  $r_s$  ведут себя как  $r^{+m}$ ,  $r^{-m}$ . Соответственно, величина  $\Delta' = -2m/r_s$ , и возмущение должно затухать.

## 5.5. Баллонная неустойчивость

Баллонная неустойчивость тесно связана с тороидальностью. По своей природе она похожа на желобковую и также развивается за счет смещения плазменных трубок. Однако, в отличие от желобковых возмущений, баллонные смещения трубок происходят только на внешнем обводе тора. На внутреннем обводе они как бы заморожены из-за магнитной ямы и шира.

Допустим, что некоторая силовая трубка испытывает смещение  $\xi$  по  $R$  на внешнем обводе тора. Характерная длина силовой трубки, замороженной на внутреннем обводе, составляет  $L \sim qR$ . При возникновении смещения  $\xi$  давление трубки оказывается больше давления окружающей ее плазмы в новом положении на величину  $\delta p = -p'\xi$ , где  $p' = dp/dr$ . Так как  $p' < 0$ , то  $\delta p > 0$  и на трубку действует объемная сила  $F_R = 2\delta p/R = -2p'\xi/R$ . Поскольку концы трубки заморожены, натяжение силовых линий создает объемную силу  $F_B \cong (B_T^2/8\pi)\xi/(qR)^2$ . Приравнивая  $F_R$  и  $F_B$ , можно оценить предельное давление, устойчивое по отношению к баллонным возмущениям. Так как  $-p' \sim p/a$ , а  $q \sim 5Ia/R$ , то получаем оценку для критического  $\beta$ :  $\beta_c \sim I/10qaB$ .

Численный расчет показывает, что вместо множителя  $1/10q$  появляется число Тройона  $g$ , слабо зависящее от поперечной формы плазмы и профилей распределения давления плазмы и плотности тока:

$$\beta_c = g \frac{I}{aB}. \quad (76)$$

Число  $g$  составляет обычно величину около  $3 \cdot 10^{-2}$ . На рис. 14 показано, как расположены экспериментальные точки для  $\beta$  на установке DIII-D. Как видно, основная часть экспериментальных точек лежит ниже предельной величины (76) с фактором  $g = 3\%$ . Однако есть точки и выше этого значения вплоть до  $g = 5\%$ . Максимальная экспериментальная величина  $\beta$  в установке DIII-D составляла  $11\%$ .

Эта величина уже является приемлемой для будущего термоядерного реактора-токамака. Но с целью еще более оптимального использования энергии тороидального магнитного поля неплохо было бы увеличить  $\beta$  выше этого значения. Оказывается, что токамак имеет такую принципиальную возможность. Речь идет о второй зоне устойчивости, обнаруженной сразу в нескольких теоретических работах [46—48].

Возможность для второй зоны устойчивости появляется за счет эффекта самоуглубления магнитной ямы при возрастании  $\beta$ . Полная картина области устойчивости по отношению к баллонным модам изображена на рис. 15. По оси абсцисс отложена величина  $\alpha = -8\pi p'r/B^2$ , а по оси ординат — локальный шир  $S = r q'/q$ . Как видно, при достаточно больших давлениях плазмы

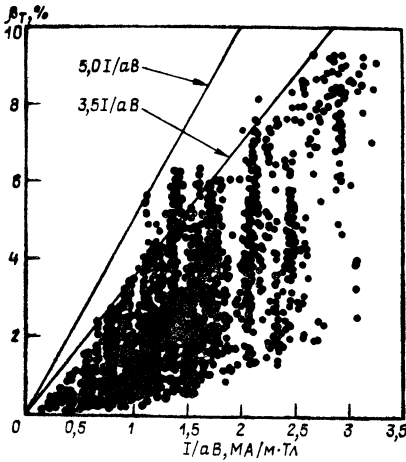


Рис. 14

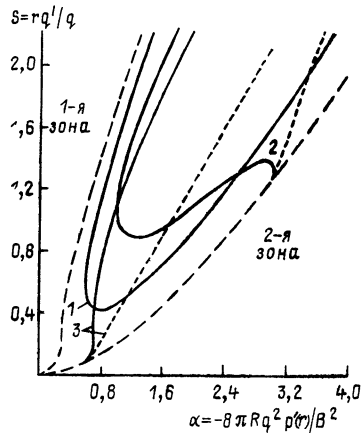


Рис. 15

Рис. 14. Массив экспериментальных значений  $\beta$  на установке DIII-D

Рис. 15. Границы 1-й и 2-й зон устойчивости (круглое сечение).

штрихи — без дополнительных стабилизирующих энергичных частиц; сплошные линии — с энергичными частицами, запертыми между: 1 —  $\theta = \pm \pi/8$ , 2 —  $\theta = \pm \pi/4$ , 3 —  $\theta = \pm 3\pi/8$  (пунктир — правая граница применимости расчета)

можно попасть во вторую зону устойчивости. Трудность состоит в том, что при повышении давления плазмы необходимо проскочить зону неустойчивости, т. е. суметь пройти между Сциллой и Харибдой: баллонной неустойчивостью и винтовой, усиленной эффектом конечного давления.

Одна из возможностей закрытия щели неустойчивости на пути перехода из первой зоны во вторую связана с сильным изменением формы плазменного шнура. Если сделать форму плазмы D-образной с достаточно большой треугольностью, то первая и вторая зоны оказываются объединенными подобно кривой 1 на рис. 15.

Из первой зоны во вторую можно перейти, если  $q'$  не очень велико. Именно такой переход был исследован на установке DIII-D [50, 51], где центральная часть плазмы находилась в первой зоне, а периферия плазмы — во второй зоне устойчивости.

Для плазмы круглого сечения аналогичный переход теоретически предсказан М. Розенблютом и др. [52, 53] с использованием кинетических эффектов: при наличии высокоэнергичной компоненты плазмы и с учетом эффекта конечного ларморовского радиуса (см. рис. 15).

### 5.6. Дрейфовая неустойчивость

Одножидкостная магнитная гидродинамика применима только для достаточно быстрых перемещений плазмы. Если рас-

смотреть класс более медленных колебаний, то следует пользоваться либо двухжидкостной МГД, либо, что более точно, кинетическими уравнениями Власова с самосогласованными магнитным и электрическим полями.

Уравнения идеальной двухжидкостной гидродинамики выглядят достаточно просто. А именно, вместо одного уравнения для скорости плазмы следует написать два уравнения, отдельно для ионов и электронов:

$$m_i n \frac{dv}{dt} + \nabla p_i = enE + \frac{en}{c} [vB], \quad (77)$$

$$\nabla p_e = -enE - \frac{en}{c} [v_e B], \quad (78)$$

где  $v$  — скорость ионов,  $p_i$  — их давление,  $p_e$  — давление электронов,  $v_e$  — скорость электронов,  $E$  — электрическое поле, член с инерцией электронов опущен как очень малый. Если эти уравнения сложить и учесть, что  $p = p_i + p_e$ ,  $j = en(v - v_e)$ , то снова получим (38).

Заметим, что если поверхности постоянного давления  $p_e = \text{const}$  и плотности  $n = \text{const}$  совпадают, т. е.  $p_e = p_e(n_e)$ , то из соотношения (78) следует, что магнитное поле заморожено в электронную компоненту.

Для плазмы токамака опять удобно пользоваться редуцированными уравнениями. Для этого полагаем  $\mathbf{B} = e_z B_T + [e_z \nabla \psi]$  и считаем  $B_T = \text{const}$ . Так как  $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ , то получаем:

$$\mathbf{E} = -\nabla \psi + \frac{1}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t} e_z. \quad (79)$$

Здесь  $\psi$  — скалярный потенциал. Если это выражение для  $\mathbf{E}$  подставить в уравнение для электронов (78) и затем умножить его на  $\mathbf{B}$ , то получим:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{cB}{B_T} \left( \nabla \psi - \frac{1}{en} \nabla p_e \right) = 0. \quad (80)$$

Температуру электронов  $T_e$  можно считать постоянной вдоль силовых линий, т. е.  $\mathbf{B} \nabla T_e = 0$ . Поэтому уравнение (80) можно записать в виде

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + [e_z \nabla \lambda] \nabla \psi = B_T \frac{\partial \lambda}{\partial z}, \quad (81)$$

где

$$\lambda = \frac{c}{B_T} \left( \psi - \frac{T_e}{e} \ln n \right). \quad (82)$$

Вернемся теперь к уравнению (77). В этом уравнении члены в правой части гораздо больше, чем члены слева. Поэтому



приближенно

$$\mathbf{v}_\perp = \frac{c[\mathbf{E}\mathbf{e}_z]}{B_T} = \frac{c}{B_T} [\mathbf{e}_z \nabla \Phi].$$

Сравнивая это выражение с (47), находим

$$\chi = \frac{c}{B_T} \Phi. \quad (83)$$

Уравнения (81), (83) вместе с уравнениями (48) для вихря  $\Gamma = \Delta_\perp \chi$  заменяют уравнения (48) и (49) одножидкостной гидродинамики. К ним следует еще добавить уравнение непрерывности

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\mathbf{v} \nabla n = -\frac{c}{B_T} [\mathbf{e}_z \nabla \Phi] \nabla n. \quad (84)$$

Полученная система уравнений несколько более сложна, чем система двух уравнений (48), (49). Но если движения плазмы являются быстрыми, то в уравнении (48) существен член с инерцией. Соответственно, потенциал  $\Phi$  в выражении для  $\lambda$  называется велик, так что приближенно  $\lambda \cong c\Phi/B_T = \chi$ . В этом приближении уравнения одножидкостной и двухжидкостной МГД совпадают.

Новые эффекты появляются, если рассмотреть класс медленных движений, когда в уравнении (77) можно пренебречь инерционным членом. Для винтовой симметрии опять можно ввести вспомогательное поле  $B_\perp^*$  и соответствующую ему функцию потока, так что решением (48) опять будет соотношение

$$\Delta_\perp \psi^* = F(\psi^*). \quad (85)$$

Другими словами, мы опять приходим к тиринг-модам.

Допустим, что тиринг-моды стабилизированы, и магнитные поверхности представляют собой систему вложенных друг в друга тороидальных поверхностей:  $\psi = \psi(r)$ . Тогда из уравнения (81) следует, что  $\lambda = \lambda(r)$ .

Рассмотрим теперь малые возмущения  $\Phi$  и  $n$ , так что  $\Phi = \Phi_0(r) + \tilde{\Phi}$ ,  $n = n_0(r) + \tilde{n}$ . Так как  $\lambda$  зависит только от  $r$ , то из соотношения (82) следует

$$\tilde{\Phi} = \frac{T_e}{e} \frac{\tilde{n}}{n_0}, \quad (86)$$

а линеаризованное уравнение непрерывности (84) дает:

$$\frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} + \frac{c}{B_T} \frac{d\Phi}{dr} \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \theta} = \frac{cT_e}{eB_T} \frac{dn_0}{dr} \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \theta}. \quad (87)$$

Второе слагаемое слева описывает электрический дрейф в поле  $\Phi$ . Если перейти в систему координат, вращающуюся в азимутальном направлении со скоростью электрического дрейфа, то этот член исчезнет. Тогда для возмущений вида  $\exp(-i\omega t + im\theta - in\phi)$  получаем из (87) дисперсионное уравнение для

частоты:

$$\omega = \omega^* \equiv \frac{cT_e m}{eB_T r} \kappa, \quad (89)$$

где  $\kappa = -\frac{1}{n_0} \frac{dn_0}{dr}$ .

Выражение (89) — это хорошо известное определение дрейфовой частоты. Соответствующее возмущение  $\phi$ ,  $\tilde{n}$  получило название дрейфовой волны. Отметим некоторые ее характерные черты.

Если из (78) найти равновесную скорость электронов в предположении  $E=0$ ,  $B_{\perp} \ll B_0$ , то получим:

$$v_{e\theta} = -\frac{c}{enB_T} \frac{dp_e}{dr}. \quad (90)$$

Так как градиент давления в плазме токамака практически всегда имеет то же направление, что и градиент плотности, то дрейфовая волна распространяется в сторону дрейфа электронов (90). Частота  $\omega^*$  является довольно низкой, так что возникает вопрос о допустимости принятого нами приближения о малости продольной компоненты скорости ионов. Чтобы оно было выполнено, продольная фазовая скорость волны должна превышать тепловую скорость ионов  $v_i = \sqrt{2T_i/m_i}$ . Для нахождения фазовой скорости нужно сначала найти продольную компоненту волнового числа  $k_{\parallel} = \frac{1}{B_T} \left( \frac{m}{r} B_{\theta} - \frac{n}{R} B_T \right)$ . Мы видим, что  $k_{\parallel} = \frac{m}{r} \frac{B_{\theta}}{B_T} \left( 1 - \frac{n}{m} q(r) \right)$ . В точке  $r_s$ , где  $q(r_s) = m/n$ , величина  $k_{\parallel} = 0$ , т. е. наше приближение заведомо выполнено.

Вблизи точки  $r_s$  можно положить  $r = r_s + x$ , так что выражение для  $k_{\parallel}$  примет вид:

$$k_{\parallel} = -\frac{m}{r} \frac{B_{\theta}}{B_T} S x, \quad (91)$$

где  $S = \frac{1}{q} \frac{dq}{dr}$ .

Отсюда видно, что условие  $\omega^* > k_{\parallel} v_i$  выполняется только в интервале:

$$x < \frac{\kappa}{S} \frac{cT_e}{eB_{\theta} v_i}. \quad (92)$$

По порядку величины правая часть равна  $\rho_{i0}$  — ларморовскому радиусу ионов при полоидальном магнитном поле. За пределами этого интервала дрейфовая волна быстро затухает из-за затухания Ландау на ионах.

Таким образом, дрейфовые волны в токамаке — это достаточно сильно локализованные по  $r$  возмущения, бегущие в сто-

рону дрейфа электронов со скоростью масштаба этого дрейфа. Основное соотношение (86) получено из уравнения равновесия электронов (78) вдоль направления магнитного поля. Так как на иррациональной магнитной поверхности силовая линия заполняет всю поверхность, то это условие, в силу  $E = -\nabla\phi$ , выполняется в любом направлении вдоль поверхности. Но тогда из (78) следует, что поперечная к поверхности компонента электронной скорости обращается в нуль. В дрейфовых волнах электроны просто перемещаются вдоль силовых линий, не пересекая магнитных поверхностей. Ионы, напротив, смещаются поперек поверхностей, но так, что суммарный поток через магнитную поверхность равен нулю, чтобы обеспечить квазинейтральность плазмы.

Итак, в приближении идеальной двухжидкостной магнитной гидродинамики дрейфовые волны не приводят ни к каким процессам переноса поперек магнитных поверхностей.

Оказывается, что при учете диссипации дрейфовые волны могут стать неустойчивыми: к частоте  $\omega^*$  добавляется малая мнимая добавка, соответствующая инкременту нарастания дрейфовых волн.

Механизмов нарастания дрейфовых волн достаточно много. Упомянем о наиболее известных. В разреженной плазме дрейфовые колебания раскачиваются при столкновительных переходах запертых электронов в пролетные и обратно: эта мода получила название дрейфовой моды на запертых электронах.

Если достаточно велик градиент ионной температуры, а именно, величина  $\eta_i = \frac{d \ln T}{d \ln n}^i > 1$ , то раскачивается ионная дрейфово-температурная неустойчивость. На периферии плазмы, где температура мала и роль диссипации возрастает, может раскачиваться неустойчивость на градиенте резистивности. В отечественной литературе эту неустойчивость называют токово-конвективной, а в английской терминологии она называется *gripping mode*. Кроме того, и тиринг-моды малых масштабов, так сказать, микротиринг-моды, чувствуют дрейфовые эффекты и должны исследоваться с помощью кинетических уравнений.

## 6. ПЛАЗМА — СЛОЖНАЯ СИСТЕМА

Высокотемпературная плазма, удерживаемая магнитным полем, — это совершенно необычный физический объект. Прежде всего, это *открытая* диссипативная система, в которую непрерывно вводится извне энергия в достаточно упорядоченной форме, т. е. обладающая негэнтропией. Эта энергия диссипирует в плазме, превращаясь в тепловую. Затем она медленно диффундирует к стенкам, находящимся при низкой температуре. По мере продвижения к стенкам тепловой поток переносит все

больше и больше энтропии, так что происходит интенсивное производство энтропии в самой плазме.

Как и в других диссипативных открытых системах такого рода, в плазме могут формироваться нелинейные явления типа самоорганизации, которые способствуют более быстрому протеканию потоков энергии и энтропии через систему. В замагниченной плазме эти процессы становятся особенно многообразными из-за наличия дальнедействующих сил: следует, скорее, говорить о согласованной системе частиц и полей, а не о наборе заряженных частиц, погруженных в поле.

Итак, лабораторная плазма представляет собой сложную физическую систему. Плазма токамака еще более сложна из-за того, что при очень высоких температурах кулоновские столкновения становятся очень редкими, и классический канал диссипации посредством столкновений становится мало существенным.

Естественный путь изучения сложных систем состоит в проведении большого числа экспериментов и выяснении эмпирических закономерностей при одновременном развитии теоретических представлений и компьютерных моделей. Все это используется в современных исследованиях на токамаках. Но наряду с этим, как показывает опыт других сложных систем, очень удобными являются общие методы подобия и размерности.

## 6.1. Подобие и размерность

В физике методы размерности и подобия очень часто оказываются тесно связанными друг с другом. Чтобы не уходить далеко от физики ионизованных газов, мы проиллюстрируем основные идеи этого подхода на простом примере течения газа по трубе.

Пусть по длинной трубе радиуса  $a$  течет газ со средней по сечению скоростью  $u$  под действием постоянного градиента давления  $\nabla p$ . В реальных газопроводах градиент давления поддерживается промежуточными станциями с газодувками, но для наших целей это не существенно, так что величину  $p$  мы будем считать постоянной. Практиков интересует зависимость скорости от градиента давления, а еще точнее, расхода  $\Phi$ , т. е. протекающей в единицу времени массы газа, от градиента давления. Функцию  $\Phi = \Phi(\nabla p)$  можно, разумеется, попытаться найти теоретически. Однако это сравнительно просто сделать только для ламинарного течения Пуазейля. Для практически более интересных потоков с большими  $\Phi$  течение становится турбулентным, а для турбулентных потоков точные методы расчета параметров до сих пор развить не удалось. Но это обстоятельство никак не смущает инженеров-гидравликов, поскольку существуют надежные эмпирические закономерности, которые мож-

но пересчитать на трубы любого диаметра с помощью соотношений подобия.

Итак, рассмотрим, как это осуществляется. Пусть газ состоит из атомов или молекул с плотностью  $n$ , массой  $m$  и находится при температуре  $T$ . Таким образом, вместе со средней скоростью и градиентом давления мы имеем пять параметров. Добавим к этому еще характерный размер атомов, который можно характеризовать величиной  $\sigma_c$  — средним поперечным сечением столкновений. Таким образом, полное число параметров равно шести. Итак, если мы хотим найти зависимость  $\Phi = \Phi(\nabla p)$ , то нам нужно учесть еще четыре параметра, т.е. задача кажется слишком сложной. Здесь-то на помощь и приходит метод размерностей.

Как известно, в физике все законы строятся на основе механики, а в самой механике — на базе условно выбранных единиц измерения для массы, длины и времени. Ясно, что объективные законы природы не должны зависеть от этих единиц: они инвариантны по отношению к изменению выбранных человеком единиц измерения. Наиболее четко это инвариантность видна в безразмерных комбинациях, составленных из размерных величин. Поэтому все объективные законы физики могут быть представлены в виде соотношений между безразмерными параметрами.

Из имеющихся в нашем распоряжении шести размерных величин можно составить только три безразмерных комбинации. Поэтому в соотношении  $\Phi = \Phi(\nabla p)$ , выраженном в безразмерной форме, т.е. связывающем два безразмерных параметра, остается только один параметр, и если бы мы перешли к идеальному газу с  $\sigma_c = 0$ , то ни одного лишнего параметра. Но мы все же должны сохранить этот параметр, и тогда искомое нами соотношение станет однопараметрическим семейством, для которого уже не трудно раз и навсегда произвести эксперименты и затем пересчитать эмпирические данные на любой случай жизни.

Итак, сконструируем некоторые безразмерные величины, из которых только четыре являются независимыми. При выборе безразмерных величин существует большой произвол, поэтому их следует выбирать, опираясь на определенные физические представления. Так, например, среднюю скорость  $u$  естественно связать в безразмерную комбинацию с градиентом давления:

$$mnu^2/a|\nabla p| = F^2, \quad (93)$$

где  $F^2$  пока просто обозначение для правой части. Так как величина  $mn$  равна массовой плотности газа  $\rho$ , то соотношение (5.1) можно рассматривать как выражение для определения средней скорости  $u$ :

$$u = F \cdot (a|\nabla p|/\rho)^{1/2}. \quad (94)$$

Здесь  $F$  — множитель, который является функцией одного безразмерного параметра, связанного с  $\sigma_c$ , т. е. со столкновениями. Рассмотрим еще некоторые величины, имеющие разумный физический смысл. Прежде всего, составим безразмерную комбинацию  $N = n\sigma_c^{3/2}$ . Эта величина является характеристикой разреженности газа: если  $N \ll 1$ , то газ является идеальным в термодинамическом смысле слова. Как мы видим, число  $N$  никак не связано с другими безразмерными параметрами, и если условие газовости выполнено, то оно выпадает из группы определяющих безразмерных параметров. Но говорить о том, что  $\sigma_c$  не играет никакой роли, еще рано: величина  $N$  может оказаться умноженной на большое число, поэтому нужно рассмотреть еще и другие параметры.

Введем в рассмотрение скорость звука, пропорциональную средней скорости теплового движения атомов:  $c_s = \sqrt{\gamma T/m}$ , где  $\gamma$  — показатель адиабаты. Величина  $M = u/c_s$  является безразмерной и называется числом Маха. Если  $M \ll 1$ , то течение заведомо является дозвуковым. Теперь построим еще одну безразмерную комбинацию, которая называется числом Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{au}{\nu} = \frac{u n a \lambda c}{c_s} \quad (95)$$

И чтобы завершить рассмотрение безразмерных параметров, введем еще число  $K = a/\sigma_c^{1/2}$  — пропорциональное отношению поперечного радиуса трубы к размеру атома. Ясно, что всегда  $K \gg 1$ , но тем не менее, и такой безразмерный параметр существует.

Кроме величин  $K$ ,  $N$  можно ввести еще одну чисто геометрическую величину  $\Lambda = NK = n\sigma_c a$ , равную отношению радиуса трубы к средней длине свободного пробега  $\lambda = 1/n\sigma_c$ . Все эти величины имеют определенный физический смысл и определяют области специфического поведения газа. Практический интерес представляют области параметров, где газ разрежен,  $N \ll 1$ , а труба широкая, т. е.  $K \gg 1$ . Их произведение  $\Lambda$  может быть, как больше, так и меньше единицы. Если  $\Lambda \ll 1$ , то это случай кнудсеновского течения при глубоком вакууме. Обычный газ при давлении порядка атмосферного соответствует области  $\Lambda \gg 1$ . Как мы видим, число Рейнольдса (95) равно произведению  $M\Lambda$ . Оно может изменяться в довольно широких пределах.

Эксперимент показывает, что характеристики течения разреженного газа ( $N \ll 1$ ) с вязкостью ( $\Lambda = NK \gg 1$ ) при дозвуковых течениях ( $M \ll 1$ ) зависят только от одного числа Рейнольдса. Другими словами, числа  $N$ ,  $\Lambda = NK$ ,  $M$  как бы выпадают.

Таким образом, в соотношении (94) безразмерный фактор  $F$  зависит только от одного числа  $\text{Re}$ . Это значит, что могут существовать подобные газовые потоки. Если даже не менять га-

за и считать величину  $\nu\sigma/c_s = \text{const}$ , имеет место подобие потоков с  $ua = \text{const}$ , имеющих одно и то же число Рейнольдса.

Измерив функцию  $F(\text{Re})$  в эксперименте, можно затем пользоваться соотношением (94) для вычисления средней скорости  $u$ , а следовательно, и полного потока  $\Phi$ .

Отметим еще, что все подобные течения с одинаковым  $\text{Re}$  обладают и одинаковыми профилями распределения средней скорости по радиусу, так как нет других параметров, которые могли бы повлиять на изменение профиля.

Если ввести в рассмотрение еще один параметр — шероховатость трубы, т. е. отношение размеров шероховатости  $\delta$  к радиусу трубы, то фактор  $F$  станет зависеть от  $\delta/a$ . При больших числах Рейнольдса  $F$  перестает зависеть от числа Рейнольдса  $\text{Re}$  и зависит только от  $\delta/a$ .

Аналогичные соображения могут быть использованы и для других, более сложных течений в газо- и гидродинамике.

Заметим лишь, что размерный анализ каждый раз должен опираться на разумные физические соображения, специфические для каждого конкретного случая.

## 6.2. Размерный анализ токамаков

Плазма токамака — это гораздо более сложный объект, чем турбулентный поток газа. Тем не менее, и в этом случае применим метод размерного анализа [55—57].

Рассмотрим сначала некоторый идеализированный случай. Пусть плазма круглого сечения с большим радиусом  $R$  и малым  $a$  поддерживается в стационарном состоянии чисто омическим нагревом. Пусть плазма имеет среднюю плотность  $\bar{n}$ , а средние электронную и ионную температуры будем считать равными,  $T_e = T_i = T$ .

Допустим, что примеси отсутствуют, т. е. плазма однокомпонентна. Пусть  $I$  — ток в плазме,  $B_p$  — полоидальное магнитное поле на границе плазменного шнура,  $B_T$  — тороидальное магнитное поле,  $m_e$  — масса электрона,  $m_i$  — масса иона,  $c$  — скорость света.

Допустим на время, что атомарные процессы роли не играют, т. е. излучение невелико, нейтралы глубоко в плазму не проникают, так что «шуба» не полностью ионизованной плазмы тонка по сравнению с  $a$ . Тогда можно считать, что в очень тонком слое происходит рециклинг частиц, который не влияет на основное ядро плазмы. В этих условиях можно надеяться на существование самоподобных самоорганизованных плазменных состояний, если они обладают одинаковыми макроскопическими безразмерными параметрами. При составлении этих параметров следует руководствоваться физическими соображениями.

Сначала выпишем все размерные параметры:

$$a, R, B_T, B_p, m_e, m_i, e, c, n, T.$$

Здесь  $n, T$  — средние значения плотности и температуры (в любом смысле усреднения). Скорость света здесь появилась, потому что мы пользуемся системой единиц CGSE.

Итак, мы имеем десять размерных величин. Из них можно составить семь безразмерных параметров. Напишем сначала либо уже известные нам, либо довольно очевидные величины:

$$A = R/a, \quad q_a = aB_T/RB_p, \quad m_e/m_i, \\ \beta = 8\pi\rho/B_T^2 = 16\pi nT/B_T^2. \quad (96)$$

Параметр  $m_e/m_i$  можно считать постоянным, аспектное отношение  $A = R/a$  обычно изменяется не в очень больших пределах, а величины  $q_a, \beta$  являются важными и имеющими ясный физический смысл.

Итак, мы зафиксировали четыре параметра (96), нам предстоит найти еще три. По аналогии с потоком газа это могут быть: параметр идеальности плазмы в термодинамическом смысле, параметр отношения размера к характерной внутренней длине плазмы и параметр диссипации, включающий в себя частоту столкновений. При построении этих параметров следует иметь в виду полностью ионизованную горячую плазму.

Параметром идеальности плазмы служит дебаевское число  $N_D$ , равное числу частиц в сфере с радиусом, равным дебаевскому. Если  $N_D \gg 1$ , то плазму можно считать идеальной в термодинамическом смысле: энергия кулоновского взаимодействия частиц при этом оказывается много меньше их кинетической энергии в тепловом движении.

С точностью до численного коэффициента

$$N_D = n(T/e^2n)^{3/2}. \quad (97)$$

Для характеристики размеров введем в рассмотрение еще одну внутреннюю длину  $\nu$ .

$$\Lambda = c/\omega_{pe} = \sqrt{\frac{m_e c^2}{4\pi e^2 n}}. \quad (98)$$

Тогда в качестве безразмерного параметра примем число:

$$\Pi = a^2/\Lambda^2 = 4\pi n a^2 r_0, \quad (99)$$

где  $r_0 = e^2/m_e c^2$  — классический радиус электрона.

Для характеристики диссипативных свойств плазмы можно ввести безразмерную частоту столкновений. В качестве таковой неоклассическая теория вводит в рассмотрение безразмерную эффективную частоту столкновений  $\nu^*$ :

$$\nu^* = \left(\frac{R}{r}\right)^{3/2} qR/\lambda. \quad (100)$$



Здесь  $\lambda$  — средняя длина пробега по отношению к кулоновским столкновениям. В выражении (100) величины  $q=q(r)$ ,  $\lambda=\lambda(r)$  являются локальными, отнесенными к заданному радиусу  $r$ . Для глобальной характеристики столкновительных процессов в плазменном шнуре мы будем пользоваться некоторой усредненной величиной  $\bar{v}^*$ .

Как известно, средняя длина пробега при кулоновских столкновениях сильно зависит от температуры  $\lambda \sim T^2/n$ , что следует иметь ввиду при дальнейших обсуждениях. Заметим также, что длины пробегов для ионов,  $\lambda_i$ , и электронов,  $\lambda_e$ , несколько различаются друг от друга численным множителем. Мы пока пренебрежем этим различием. Итак, полный набор безразмерных параметров для плазмы токамака круглого поперечного сечения выглядит следующим образом:

$$A=R/a, q_a, m_e/m_i, \beta, N_D, \Pi, \bar{v}^*. \quad (101)$$

Легко проверить, что все семь параметров являются независимыми.

Если зафиксировать все параметры (101), то размерные параметры также окажутся заданными, и у плазмы не остается никакой возможности для подобия. Однако если часть параметров выпадает, то возникают серии подобных разрядов, у которых фиксируются лишь оставшиеся параметры. Особенно удобно этим пользоваться при сравнении с экспериментом идеализированных теоретических моделей [56].

Сам набор (101) подсказывает варианты идеализации. Ясно, например, что число  $N_D$  не может входить в набор существенных параметров: высокотемпературная плазма является термодинамически идеальной, так что  $N_D^{-1} \rightarrow 0$ . Таким образом, имеется по крайней мере однопараметрическое семейство подобных токамаков. В пределе бесстолкновительной плазмы,  $\bar{v}^* \rightarrow 0$ , семейство подобных токамаков становится двухпараметрическим. И, наконец, если к тому же  $\beta \rightarrow 0$ , то появляется еще один свободный параметр подобия.

В дальнейшем при обсуждении результатов экспериментов мы отбросим сразу только  $N_D$ , а остальные параметры (101) будем опускать только в том случае, если на это указывают экспериментальные данные.

Заметим еще, что можно сконструировать еще один геометрический параметр, который, на первый взгляд, мог бы играть определенную роль в физике токамаков. Это размер плазмы, выраженный в ларморовских радиусах:

$$K = a^2/\rho_i^2 = a^2 e^2 B^2 / 2 T m_i c^2, \quad (102)$$

где  $\rho_i = v_i/\omega_{ci}$  — ларморовский радиус ионов,  $v_i = \sqrt{2T_i/m_i}$  — их средняя тепловая скорость,  $\omega_{ci} = eB/m_i c$  — циклотронная частота

та ионов. Параметр (102) аналогичен упомянутому выше параметру  $K$  для газа. Через введенные в (101) параметры он выражается следующим образом:  $K = 2m_e \Pi / m_i \beta$ .

### 6.3. Числа Мураками и Хьюгелла

Учтем теперь атомарные процессы. Это значит, что появляется новая размерная величина  $\hbar$  — постоянная Планка. Соответственно, можно сконструировать новый безразмерный параметр. Для нахождения наиболее приемлемого выражения для этого параметра опять следует принять во внимание соответствующие физические соображения.

Для удобства рассуждений удобно ввести атомные единицы для длины, скорости и энергии:

$$r_a = \frac{\hbar^2}{m_e^2}, \quad v_a = \frac{e^2}{\hbar}, \quad \varepsilon_0 = \frac{m_e e^4}{\hbar^2}. \quad (103)$$

Чтобы оценить роль атомных процессов, нужно сравнить соответствующую мощность потерь с мощностью джоулева нагрева. Проще всего рассуждать с помощью следующего мысленного эксперимента. Допустим, что мы имеем плазму с температурой  $T \sim \varepsilon_0$ . При такой температуре плазма выглядит как смесь ионизованного и неионизованного газов. Будем считать, что плотность того и другого газов имеет тот же порядок величины, что и  $\bar{n}$  — средняя плотность плазмы в токамаке. Сравним теперь мощность нагрева с мощностью потерь, производимых атомными процессами.

Мощность нагрева единицы объема  $Q_{\text{OH}}$  равна, очевидно,  $j^2/\sigma$ , где  $j$  — плотность тока,  $\sigma$  — электропроводность. Средняя плотность тока пропорциональна величине  $cB_T/q_a R$ , где  $c$  — скорость света (опять мы пользуемся системой единиц CGSE). Что касается электропроводности, то она может быть оценена как

$$\sigma = \frac{e^2 n}{m_a v_e} = \frac{m_e e^4}{\hbar^3 L F(T_*)}, \quad (104)$$

где  $v_e$  — частота электрон-ионных столкновений,  $T_* = T/\varepsilon_0$  — безразмерная температура, а  $F$  — множитель порядка единицы при  $T_* \sim 1$  и убывающий как  $T_*^{-3/2}$  при больших температурах. В (104) мы выделили множитель  $L \sim 10$  — кулоновский логарифм, который учитывает дальнедействующий характер кулоновских столкновений.

Таким образом, среднюю мощность омического нагрева можно представить в виде:

$$Q_{\text{OH}} = \frac{c^2 B_T^2}{q_a^2 R^2} \frac{L \hbar^3}{m_e e^4} F(T_*). \quad (105)$$

Что касается потерь на излучение и ионизацию  $Q_R$ , то их можно оценить как:

$$Q_R = n^2 r_a^2 v_a \varepsilon_a G(T_*) = n^2 \frac{e^2 \hbar}{m} G(T_*). \quad (106)$$

Как мы видим,  $Q_R$  возрастает с плотностью по квадратичному закону, и если  $Q_R$  становится сравнимым с  $Q_{OH}$ , атомные процессы начинают играть существенную роль. Поэтому в качестве характеристики этой роли можно взять величину  $Q_R/Q_{OH}$ , которую мы представим в виде:

$$Q_R/Q_{OH} = H^2 G(T_*)/F(T_*), \quad (107)$$

где

$$H = \frac{n q_a R \gamma e}{B_T \sqrt{L}}, \quad (108)$$

$\gamma = e^2/\hbar c = 1/137$ ,  $L$  — некоторое число порядка 10. В соотношении (107) отношение  $G/F \sim 1$  при  $T_* \sim 1$ . Так как обе функции  $G, F$  достаточно быстро убывают с температурой, то правую часть в (107) можно считать константой порядка единицы, не зависящей от  $T_*$ .

Таким образом, роль атомных процессов в токамаке определяется безразмерным параметром  $H$ , который мы будем называть числом Хьюгелла. Число  $L$  мы выберем равным 12,3 и тогда величина  $H$  примет численное значение:

$$H = n q_a R / B_T, \quad (109)$$

где средняя плотность  $n$  измеряется в единицах  $10^{20} \text{ м}^{-3}$ ,  $R$  — в метрах,  $B_T$  — в теслах.

Наряду с  $H$  используется также число Мураками [49]

$$M = nR/B_T, \quad (110)$$

выраженное в тех же единицах. Число  $M$  используется при построении диаграммы Хьюгелла (рис. 4). Заметим, что прямые лучи из начала координат на диаграмме Хьюгелла соответствуют линиям постоянного  $H: H/I_c = 1/q_\alpha = M/H$ .

Как видно из соотношения (107), при увеличении числа Хьюгелла возрастает роль атомных процессов по сравнению с омическим нагревом. Излучение, в особенности на периферии плазмы, может влиять на профиль плотности тока и приводить к деградации удержания плазмы. Этот механизм и приводит к предельной плотности Хьюгелла [58], которая соответствует границе  $H_c \approx \text{const}$ . Этот же предел можно представить в форме Гринвальда [59], а именно,  $\bar{n}_c = \text{const } j_s$ , где  $j_s$  — средняя плотность тока по поперечному сечению плазмы. Предел Мураками,  $n \sim B_T/R$ , соответствует абсолютному пределу по плотности при максимально допустимых токах в плазме. Он соответствует некоторому предельному значению числа Мураками.

Если кроме омического нагрева имеется еще дополнительный нагрев, то возвращаясь к соотношению (107), легко видеть, что оба предела по плотности будут сдвигаться как  $n \sim \sqrt{P}$ , где  $P$  — суммарная мощность нагрева.

#### 6.4. Размерный анализ удержания энергии

Механизм потерь энергии из плазмы токамака является довольно сложным не только потому, что существует несколько каналов утечки энергии, но и по той причине, что основные каналы электронной и ионной теплопроводностей являются, как правило, аномальными, т. е. сильно превышающими неоклассические величины. Тем не менее, и в этом случае можно пытаться использовать методы размерностного анализа с целью отобрать те основные безразмерные параметры, которые определяют переносы. Хотя такой подход и не может заменить настоящей теории, он должен подсказать, какие физические механизмы переносов следует серьезно анализировать.

Более конкретно попытаемся рассмотреть эмпирические скейлинги для  $\tau_E$  на основе размерностного анализа. Начнем с того, что еще раз воспользуемся диаграммой Хьюгелла, чтобы уже первые шаги обсуждения опирались на безразмерные параметры. С практической точки зрения наиболее интересной является область больших плотностей и больших токов. На рис. 16, 17 представлены два примера успешного продвижения

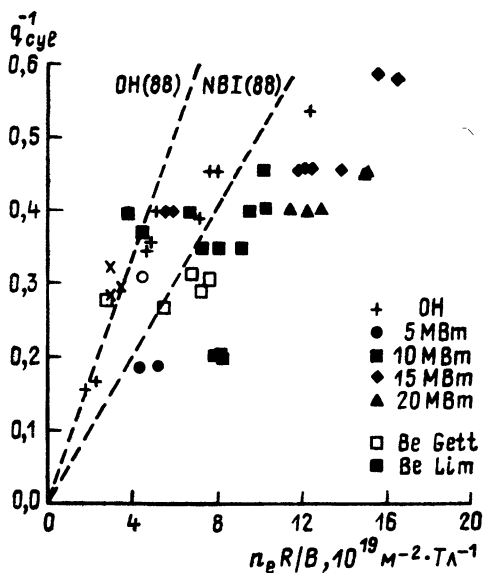


Рис. 16. Диаграмма Хьюгелла для JET при бериллиевом покрытии стенок камеры (1989)

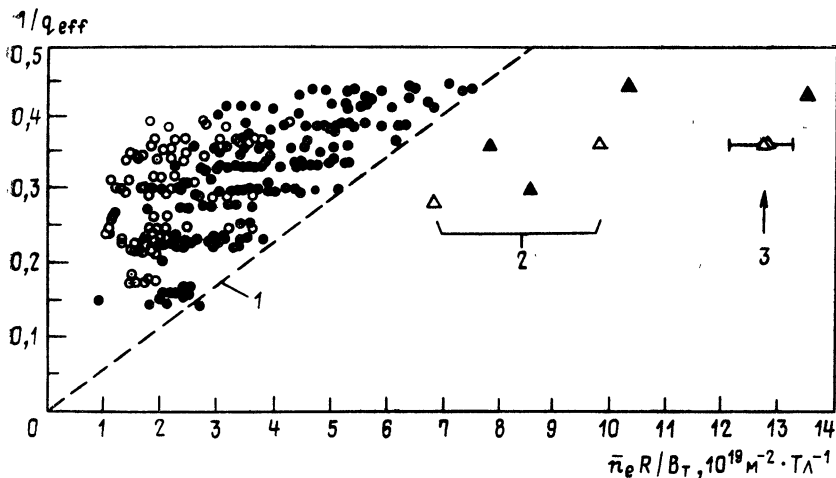


Рис. 17. Рабочая область (диаграмма Хьюгелла) JT-60 при инжекции крупинок:

1 — поддув газа, 2 — малые крупинки, 3 — большие крупинки

в область больших плотностей на установке JET с использованием бериллиевого покрытия стенок камеры и на установке JT-60 при инжекции крупинок. Видно, что экспериментальные точки находятся в области  $q_{\text{суп}} = q_{\text{eff}} > 2$  и  $H < 3$ . Точки других токамаков, за исключением экзотических попыток перехода в область низких  $q$  [19], не выходят за пределы этой области.

Отметим еще раз, что мы говорим о больших плотностях в смысле безразмерного параметра Мураками. Например, режимы с большой по абсолютному значению плотностью в токамаках с сильным полем (ALCATOR, FT) не обладают столь же большими значениями параметра Мураками.

Обсуждение скейлингов начнем с омического нагрева. При не очень высоких плотностях применим неоалкаторный скейлинг:

$$\tau_E = 7 \cdot 10^{-2} \bar{n} a R^2 q_a. \quad (111)$$

Записанный в таком виде скейлинг не имеет правильной размерности: в правой части стоит безразмерная величина, а не величина с размерностью времени. Чтобы восстановить размерность соотношения (111), запишем его в виде

$$\tau_E = 0,4 \frac{\Lambda^{-2}}{v_0} a R^2 q_a, \quad (112)$$

где  $\Lambda^{-2} = 4\pi e^2 \bar{n} / m_e c^2$ ,  $v_0 = 2 \cdot 10^7$  м/с.

Величина  $v_0$  — это средняя тепловая скорость электронов при температуре 1 кэВ, т. е.  $v_e = v_0 \sqrt{T}$ , где  $T$  — выражено в кэВ. Таким образом, алкаторный скейлинг следует считать упрощенной эмпирической версией более правильной зависимости

типа (112), но с заменой  $v_0$  на  $v_e$ , т. е. с учетом слабой неблагоприятной зависимости от температуры. Заметим по этому поводу, что такая зависимость явно учитывается в скейлинге T-11 [13].

Неоалкаторный скейлинг с линейной по плотности зависимостью справедлив лишь до некоторой предельной плотности  $n_s$ , выше которой наблюдается насыщение, а иногда даже слабое падение  $\tau_E$  с плотностью. Приближенно можно считать [26], что значение плотности  $n_s$ , при которой происходит переход от одной зависимости к другой, равно:

$$n_s \cong B_T \sqrt{A_i/2}/q_a R. \quad (113)$$

Это значит, что граница перехода соответствует числу Хьюгелла  $H_s = \sqrt{A_i/2}$ , как это показано на рис. 18. Выше  $n_s$  величину

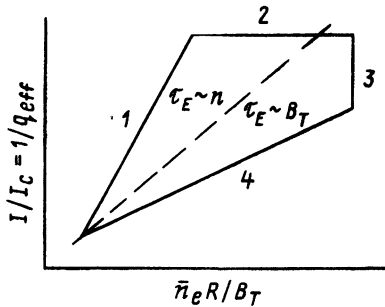


Рис. 18. Граница алкаторного скейлинга на диаграмме Хьюгелла (штриховая линия)

$\tau_E$  можно считать равной неоалкаторному значению при  $\bar{n} = n_s$ , т. е.

$$\tau_E = 7 \cdot 10^{-2} a R B_T \sqrt{A_i/2}. \quad (114)$$

Заметим, что в эту простую картину не укладываются результаты FT [60], которые мы обсудим несколько позднее.

Может возникнуть вопрос, не связана ли величина плотности перехода к насыщению  $n_s$  с баллонной неустойчивостью. Для этого следует посмотреть, где на плоскости Хьюгелла проходит предел Тройона  $\beta_c = gI/aB_T$ . Величину  $\beta$ , содержащую среднее значение  $\langle p \rangle = 2 \langle nT \rangle$  по объему плазмы, удобно выразить через среднечордовую плотность  $\bar{n}$  и температуру в центре  $T(0) = T_0$ . Для этого выберем стандартный профиль плотности,  $n = n_0(1 - r^2/a^2)$ , и температуры,  $T = T_0(1 - r^2/a^2)$ , и получим:  $\langle p \rangle = \bar{n}T_0$ . При других профилях в этом соотношении может появиться некоторый числовой множитель. Но для нас это не существенно. Итак, в данном приближении и при  $g = 2,8$  предел по баллонным модам можно записать в виде:

$$H_c = 7aB_T/T_0,$$

где температура  $T_0$  выражена в кэВ, а  $H_c$  — число Хьюгелла при  $\beta = \beta_c$ .

Как мы видим, при фиксированном значении  $aB_T/T_0$  предел по баллонным модам соответствуют лучу  $H = \text{const}$ . Однако этот луч является плавающим: он меняется вместе с температурой и попадает в область  $H < 3$  только при достаточно высоких температурах. Видно, что предел по баллонным модам никак не связан с линией перехода  $H_s = \sqrt{A_i}/2$  к насыщению  $\tau_E$  от плотности. Другими словами, это насыщение никак не связано с баллонными модами (впрочем, это видно и прямо в экспериментах).

Перейдем теперь к обсуждению скейлинга при дополнительном нагреве. Нам удобно стартовать с оригинального скейлинга Голдстона:

$$\tau_E = 3,7 \cdot 10^{-2} \sqrt{A_i} I R^{1,75} a^{-0,37} K^{0,5} P^{-0,5}. \quad (115)$$

Здесь опять используются единицы: мегамперы, метры, мегаватты.

Чтобы не усложнять формул, ограничимся плазмой круглого сечения,  $K=1$ , и примем  $A_i=2$  (т. е. случай дейтерия). Кроме того, поскольку мы стремимся не к точности, а к параметрической ясности, округлим показатели степеней. А именно, для размерного анализа примем очень простую зависимость

$$\tau_E \cong 6 \cdot 10^{-2} I R^{1,5} a^{-0,5} P^{-0,5}, \quad (116)$$

которая приближенно согласуется с (115) при умеренных размерах установок:  $R < 3$ ,  $a > 0,4$ . Так как  $P = W_T/\tau_E$ , где  $W_T$  — полное энергосодержание плазмы,  $W_T = 2\pi^2 a^2 R \langle 3nT \rangle$ , то возводя (116) в квадрат и исключая  $P$ , получим приближенно:

$$\tau_E \cong 7 \cdot 10^{-2} \frac{R^2}{a\beta_p}, \quad (117)$$

где  $\beta_p = 16\pi \langle nT \rangle / B_p^2$ ,  $B_p = I/5a$ .

Величина в правой части (117) опять не имеет размерности времени. Мы можем поступить так же, как при переходе к записи неоалкаторного скейлинга в виде (112). А именно, представим (117) в виде:

$$\tau_E = \frac{1,4 \cdot 10^6}{v_0} \cdot \frac{R^2}{a\beta_p}. \quad (118)$$

Переход от неоалкаторного (112) скейлинга к скейлингу дополнительного нагрева (118) происходит при

$$\Lambda^2 < 3 \cdot 10^{-7} a^2 \beta_p q_a. \quad (119)$$

Введем в рассмотрение средний ларморовский радиус электрона при полоидальном магнитном поле  $B_p$ :  $\rho_\theta := \sqrt{2T m_e c^2 / e^2 B_p^2}$ . Его можно представить в виде:  $\rho_\theta = \Lambda \sqrt{\beta_p/2}$ , где  $\beta_p/2$  — это электронный вклад в величину  $\beta_p$ . Соотношение (119) можно

переписать приближенно при  $q \approx 4$

$$\Lambda < 4 \cdot 10^{-2} \sqrt{a \rho_0}. \quad (120)$$

Вернемся теперь к эмпирическим скейлингам (111), (117). Условие перехода от неоалкаторного скейлинга омического нагрева к скейлингу дополнительного нагрева, как мы видим, можно записать в виде:

$$n a^2 \beta_p q a > 1, \quad (121)$$

где  $n$  опять выражено в  $10^{20} \text{ м}^{-3}$ .

И наконец, можно получить еще одну приближенную формулу для точки перехода. Для этого учтем, что напряжение обхода на токамаках обычно имеет величину порядка одного вольта, так что мощность дополнительного нагрева пропорциональна току. В таком грубом приближении (116) записывается просто в виде:

$$\tau_E' = 6 \cdot 10^{-2} I^{0.5} R^{1.5} a^{-0.5}, \quad (122)$$

где штрихом мы отметили, что  $\tau_E'$  не зависит от плотности. Таким образом, величина (122) описывает другой вариант перехода от линейной зависимости от плотности для неоалкаторного скейлинга к насыщению по  $n$ . Чтобы реализовался скейлинг (122), величина  $\tau_E$  должна быть меньше (114), т. е.

$$a B_T > \sqrt{I R / a A_i}. \quad (123)$$

Именно такое соотношение имеет место в установках с сильным магнитным полем. Например, в FT формула Голдстона (115) для  $\tau_E$  хорошо описывает данные эксперимента по омическому удержанию [60].

Теперь можно подвести некоторые итоги проведенного рассмотрения. Поскольку переход от алкаторного скейлинга к режиму насыщения (114) при омическом нагреве происходит при фиксированном числе Хьюгелла, можно думать, что этот переход связан с приближением к критической границе Хьюгелла, т. е. что он связан с атомными процессами. Эти процессы могут деформировать профиль распределения тока к более неблагоприятному и усиливать переносы.

При больших мощностях нагрева предел Хьюгелла отодвигается в сторону больших плотностей  $n \sim \sqrt{P}$ , поэтому граница  $n_c$  будет также смещаться. Для больших установок, удовлетворяющих условию (123), область насыщения по плотности фактически совпадает со скейлингом дополнительного нагрева. Поэтому основными скейлингами нужно считать неоалкаторный и скейлинг Голдстона (с его модификациями).

Второй вывод состоит в том, что из числа определяющих параметров, от которых существенным образом зависит  $\tau_E$ , выпала диссипация, т. е.  $\sqrt{v}^*$ . Это еще не значит, что диссипация вообще не играет никакой роли. Ситуация здесь, скорее, сходна



с течением газа при очень больших числах Рейнольдса, т. е. диссипация где-то проявляется, но не столь сильным образом, чтобы быть определяющей.

И еще одно замечание. В упрощенных выражениях (112), (118) входят только либо макроскопические, либо электронные параметры. Это указывает на то, что определяющим каналом потерь энергии является, скорее, электронный, а ионный под него подстраивается, если только ионная теплопроводность не снижается до неоклассического значения. Почему же в скейлинг Голдстона входит  $\sqrt{A_i}$ ? Некоторый свет на это проливает зависимость  $n_s \sim \sqrt{A_i}$  плотности перехода к насыщению  $\tau_E^{\text{ОН}}$ . Поскольку  $n_s$ , как кажется, связана с процессами на периферии шнура, то и появление  $\sqrt{A_i}$  в скейлинге может быть проявлением процессов на периферии шнура: чем легче ионы, тем более бурно они перемещаются в турбулентных флуктуациях на периферии, а стало быть, тем более интенсивно возмущают основную плазму. К такому же соображению подводят и результаты экспериментов на установке ISX-B, где удавалось улучшать удержание плазмы добавлением тяжелых примесей на периферии плазмы.

## 7. НЕЛИНЕЙНАЯ АКТИВНОСТЬ ПЛАЗМЫ

Плазма токамака живет очень сложной жизнью: в ней самопроизвольно развиваются и эволюционируют во времени самые разнообразные коллективные процессы. Некоторые из них носят явно выраженный регулярный характер и могут наблюдаться напрямую диагностическими средствами. Другие, как, например, аномальная теплопроводность, лишь косвенно свидетельствуют о наличии каких-то возмущений в плазме. Впрочем, иногда удается измерять соответствующие шумы, например, по флуктуациям электронной плотности. Ниже будут описаны основные типы нелинейной активности, как макроскопические, связанные с МГД-возмущениями, так и кинетические, связанные с неравновесностью функций распределения электронов и ионов.

Мы ограничимся в этой главе, в основном, регулярными процессами в плазме, откладывая рассмотрение нерегулярных мелкомасштабных процессов до следующей главы.

### 7.1. Колебания Мирнова

С. В. Мирнов и И. Б. Семенов, установив на токамаке Т-3 серию небольших магнитных зондов, впервые измерили внешние магнитные колебания полоидального поля [61]. Корреляционный анализ позволил им определить номера  $m$  и  $n$  винтовых возмущений. Так начали исследоваться тиринг-моды.

Особенно интенсивно тиринг-моды развиваются на начальной стадии разряда, когда коэффициент  $q(a)$  на границе шнура монотонно возрастает. Как правило, при этом возникают вспышки возмущений с номером  $m \sim q(a)$ . Каждая такая вспышка усиливает вынос энергии из плазмы, а при низких значениях  $q(a)$  даже сбрасывает ток с периферии [62].

Такие вспышки колебаний хорошо описываются теоретически [63] как результат развития тиринг-мод при немонотонной зависимости  $q(r)$ . Вспышки мод на начальной стадии можно уменьшать, либо даже совсем устранять, если «поддувать» газ во время нарастания тока и тем самым формировать более устойчивые профили плотности тока.

Тиринг-моды могут существовать и в стационарной стадии разряда, что свидетельствует о возможности развития слабой неустойчивости, которая сама контролирует профиль распределения тока. Внутренние тиринг-моды, как правило, бегут в сторону электронного дрейфа, что вполне естественно, так как магнитные поверхности заморожены в электроны. Однако иногда моды замедляются или даже совсем останавливаются — такие моды получили название запертых (locked modes). Обычно появление запертой моды не предвещает ничего хорошего: образовавшийся в плазме магнитный остров перестает чувствовать стабилизирующую роль проводящей камеры и может незаметно развиваться до больших размеров. А большой остров — это путь к неустойчивости срыва.

## 7.2. Пилообразные колебания

Пилообразные колебания были открыты на установке ST C. Гелером, В. Стодиеком и Н. Саутоффом [64]: в установившейся стадии разряда температура в центре испытывала периодические колебания релаксационного типа. После этого пилообразные колебания регистрировали практически на всех токамаках. Это очень важный вид нелинейной активности плазмы не только потому, что он заметно ухудшает термоизоляцию плазмы в крупных установках, но и потому, что является ключом к пониманию более грозного феномена — неустойчивости срыва.

Сам процесс состоит в периодически повторяющихся фазах сравнительно медленного возрастания температуры в центре плазменного шнура с последующим быстрым его спадом. Перед спадом температуры иногда наблюдаются колебания — предшественники, имеющие вид моды  $m=1$ . Во время сброса температуры в центре профиль температуры уплощается, так что температура снижается внутри некоторого радиуса  $r_*$ , а за его пределами температура, напротив, резко повышается. Радиус  $r_*$  называется радиусом инверсии.

После резкого спада температуры в области  $r < r_*$  и повышения вне ее от центральной области к периферии бежит

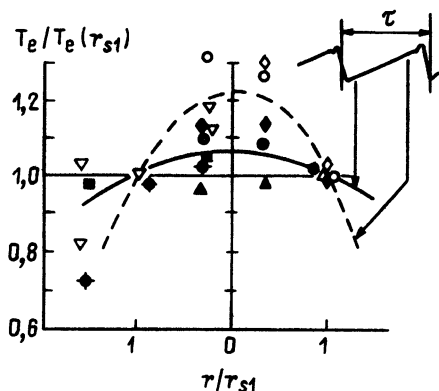


Рис. 19. Уплотнение профиля электронной температуры при внутреннем срыве

тепловая волна, которую часто используют для измерения электронной температуропроводности. Процесс уплотнения профиля температуры во время пилообразных колебаний на Т-10 показан на рис. 19, где по осям отложены нормированные к точке  $r_s$  величины температуры и радиуса. Фазу резкого уплотнения профиля температуры называют внутренним срывом.

Простейшая модель внутреннего срыва была предложена Б. Б. Кадомцевым [65]. Она исходит из того, что перед срывом  $q(0)$  меньше единицы, так что внутри радиуса  $r_s$ , где  $q(r_s) = 1$ , возможно развитие внутренней моды  $m/n = 1/1$ . Для описания этой моды можно использовать редуцированные уравнения магнитной гидродинамики. Тогда вспомогательное поперечное поле  $B_z = B_0 - \frac{r}{R} B_r$  будет иметь противоположные знаки по разные стороны окружности радиуса  $r_s$ , как показано на рис. 20а. Если внутри  $r_s$  шнур немного искривится по моде  $m/n = 1/1$ , то в поперечном сечении шнура это искривление выглядит просто как смещение. Как видно из рис. 20б, образуется токовый слой со встречными магнитными полями. Вследствие конечной проводимости в токовом слое  $ab$  (рис. 20в) происходит перезамыкание силовых линий. Из-за перезамыкания линий образуется серповидный остров  $A$  (рис. 20с), который выдавливает наружу сердцевину плазменного шнура. Таким образом, процесс перезамыкания не может остановиться, пока не произойдет полное восстановление цилиндрической симметрии магнитных поверхностей, как показано на рис. 20г. Теперь всюду  $B_z$  имеет один знак, т. е.  $q > 1$ . Но в результате в центре оказывается более холодная плазма, а на периферии — более горячая. Таким образом, радиус  $r_s$ , действительно, представляет собой радиус инверсии. После внутреннего срыва начинается более медленная фаза восстановления начального состояния. Центральная область шнура прогревается, туда стягивается часть тока, величина

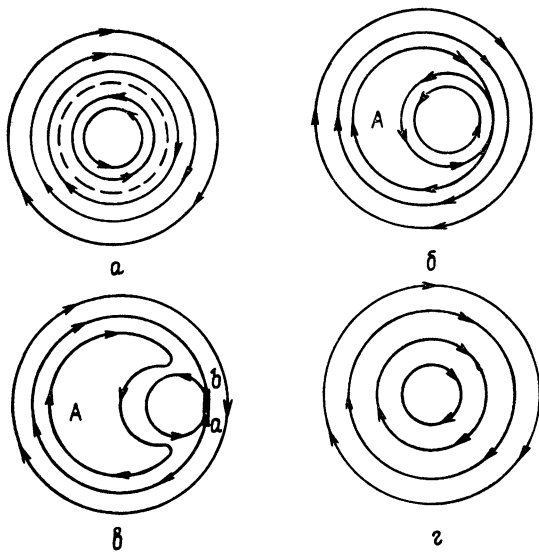


Рис. 20. Процесс перезамыкания на языке вспомогательного поперечного магнитного поля  $B_*$ :

а — ход силовых линий относительно поверхности с  $B_* = 0$ ; б — касание поверхностей с противоположным направлением  $B_*$ ; в — перезамыкание из-за конечной электропроводности токового слоя  $ab$ ; г — финал перезамыкания: поле  $B_*$  всюду имеет одно направление

на  $q(0)$  опять опускается ниже нуля, и шнур оказывается подготовленным к новому внутреннему срыву.

Эта простая модель объясняет главный эффект — релаксационный характер колебания с медленной фазой нарастания температуры в центре и последующей фазой быстрого уплощения профиля температуры. Перезамыкание линий может быть описано моделью Свита—Паркера [66, 67]. А именно, рассмотрим токовый слой «в увеличенном виде» (рис. 21). Его ширина имеет размер порядка  $r_s$ , а толщина  $\delta$  определяется скоростью диффузии магнитного поля. По мере диффузионного проникновения

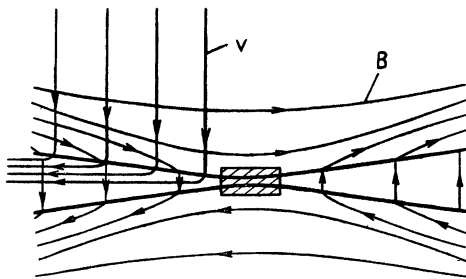


Рис. 21. Выброс плазмы вдоль слоя в процессе перезамыкания

поля в плазму и перезамыкания силовых линий происходит выброс плазмы из слоя. Возникает своего рода «рогатка» натянутых силовых линий, выбрасывающих плазму из слоя в серповидную область магнитного острова  $A$  на рис. 20в. Оценку скорости процесса можно произвести следующим образом.

Пусть  $\Delta t$  есть время обновления слоя, т. е. время выброса плазмы из слоя силовыми линиями. Это время порядка  $\Delta t \sim \sim r_s/c_A^*$ , где  $c_A^*$  — альфвеновская скорость, соответствующая вспомогательному полю  $B_*$ . За это время силовые линии должны продиффундировать на глубину  $\delta$ . Так как  $\delta^2 \sim \frac{c^2}{4\pi} \eta \Delta t$ , где  $\eta$  — резистивность, то получаем  $\delta \sim \left( \frac{c^2}{4\pi} \eta \frac{r_s}{c_A^*} \right)^{1/2}$ . Отсюда находим оценку для времени полного перезамыкания  $\tau \sim \frac{r_s}{\delta} \Delta t$ :

$$\tau \approx (\tau_A \tau_R)^{1/2}, \quad (124)$$

где  $\tau_A = c_A^*/r_s$ ,  $\tau_R = 4\pi r_s^2/c^2 \eta$ .

Сопоставление простой модели ламинарного перезамыкания показало, что она удовлетворительно описывает основные черты явления. Однако накопление экспериментальных данных показало более богатый набор возможных форм перезамыкания, и модель потребовала усовершенствования, а иногда и сильной модификации.

При объяснении или численном моделировании «пилы» нужно правильно описать две его фазы: фазу медленного восстановления профиля с  $q(0) < 1$  и фазу быстрого уплощения температуры. Для объяснения первой фазы потребовалось учесть неклассическую модификацию резистивности. Дело в том, что в электронную электропроводность вносят вклад только пролетные частицы, и нужно учесть эффект уменьшения плотности носителей тока за счет запираания электронов. В результате резистивность  $\eta \cong \eta_{cl} (1 - 2\sqrt{\epsilon})^{-1}$ , где  $\eta_{cl} \sim T_e^{-3/2}$  — классическая резистивность по Спидеру,  $\epsilon = r/R$ , а множитель  $(1 - 2\sqrt{\epsilon})^{-1}$  учитывает эффект запираания электронов. Из-за тороидальной поправки стационарный профиль температуры имеет тенденцию к обострению: даже при плоском профиле температуры резистивность при  $\epsilon = 0$  оказывается меньше, чем при удалении от магнитной оси. Фаза перераспределения плотности тока с уменьшением  $q(0)$  ниже единицы проходит за резистивное время  $\tau_R$ . Если сделать естественное допущение, что  $r_s$  пропорционально  $R$ , то можно получить очень простой полуэмпирический скейлинг для периода  $\tau_{BT}$  пилообразных колебаний [68]

$$\tau_{BT} \cong 10^{-2} R^2 T_e^{3/2} / Z_{\text{eff}}, \quad (125)$$

где  $R$  — большой радиус в метрах,  $T_e$  — электронная температура в килоэлектронвольтах,  $Z_{\text{eff}}$  — эффективный заряд ионов,

$\tau_{ST}$  — в секундах. Существуют и другие, более точные скейлинги для  $\tau_{ST}$  [69].

Вторая фаза — это фаза сброса температуры в центре, т. е. внутренний срыв. Здесь нужно ответить на три вопроса: что является триггером внутреннего срыва (т. е. вид неустойчивости), как развивается срыв и каково время срыва.

Чтобы обсудить эти вопросы, необходимо вернуться к простейшей модели полного перезамыкания и рассмотреть те упрощения, которые при этом были сделаны. В рамках редуцированных МГД-уравнений нет причин для начальной неустойчивости: внутренняя змея  $m/n=1/1$  находится в безразличном равновесии, пока не начнется процесс перезамыкания. Можно считать, что неустойчивость связана с превышением  $\beta_p$  внутри  $r_s$  некоторого критического значения [43]. Далее, реальный процесс перезамыкания может сильно отличаться от описанной выше картины спокойной, почти равновесной эволюции серповидного острова. Дело в том, что каждая силовая трубка, «выстреливающая рогаткой» в объем  $A$ , может сильно возмущать в ней плазму, создавая МГД-турбулентность. Если в области  $A$  создается турбулентная зона, которая своим перезамыканием полностью уничтожит среднюю величину  $B_z$ , то не будет и силы, которая «прижимает» внутреннее ядро к магнитной поверхности с противоположно направленным магнитным полем. В этом случае возможно неполное перезамыкание. Такие «пилы» с неполным перезамыканием наблюдались на TFR и интерпретировались авторами [70] как результат развития МГД-турбулентности вблизи  $x$ -точки.

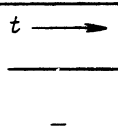
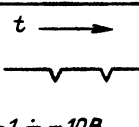
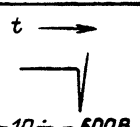
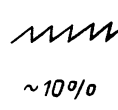
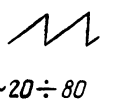

Далее, стохастичность силовых линий может возникать из-за тороидальности, которая нарушает идеальную винтовую симметрию [71]. Оба типа стохастичности могут сильно изменить резистивность внутри токового слоя. Если каждый электрон после прохождения токового слоя обратно в него уже не вернется, то вместо нормального скин-слоя нужно предположить существование аномального скин-слоя: в выражении для классической резистивности  $m_e v_e / n^2 e$  электронную частоту столкновений  $v_e$  следует заменить [72] на аномальную величину  $v_b$ , т. е. на характерную частоту однократного пролета участка силовой линии длиной  $qR$  с тепловой скоростью  $v_e = \sqrt{2T/m}$ . Замена  $v_e$  на  $v_b$  резко увеличивает скорость перезамыкания и делает ее близкой к наблюдаемой при самых быстрых внутренних срывах. Широкая серия экспериментов по изучению пилообразных колебаний была выполнена на установке T-10 [73].

### 7.3. Неустойчивость срыва

Неустойчивость срыва (или деструктивная, т. е. разрушающая неустойчивость) была обнаружена на самом раннем этапе экспериментальных исследований на токамаках [10, 79]. В пер-

вых же наблюдениях были обнаружены основные характеристики этого явления: отрицательные выбросы на напряжении обхода, положительная производная тока и резкое уменьшение большого радиуса плазмы. Все они свидетельствуют о резком расширении зоны протекания тока и даже о выбросе части полойдального потока из плазмы. Срыв сопровождается сильными МГД-колебаниями и сбросом энергии из плазмы. Неустойчивость срыва может приводить к полному разрушению плазмы — такой срыв называют большим. Наряду с ними существуют малые срывы — сбросы части энергии из плазмы, которые могут повторяться многократно, не разрушая полностью шнур. Боль-

*Сравнительные характеристики срывов*

Тип срыва	Пилообразные колебания	Малый срыв	Большой срыв
Напряжение		 -1 ÷ -10В	 -10 ÷ -500В
Рентгеновский сигнал $\Delta X$	 ~10%	 ~20 ÷ 80	 Падает в несколько раз
$\Delta T_e(0)$	~10%	~20 ÷ 50%	~90%
$\Delta p_e$	~1-4%	~10%	~30%
$\tilde{V}_\theta / V_\theta$	-	~4%	~15 ÷ 20%
$m$	1,0 →	(3), 2, 1, (0) →	(3), 2, 1, 0, 3, 4 →

шой и малый срывы вместе с внутренним срывом в пилообразных колебаниях представляют собой родственные явления, отличаясь, в основном, масштабами. Это хорошо видно из таблицы, где качественно указаны сравнительные характеристики срывов трех типов.

Большие срывы являются наиболее опасными. В спокойной фазе разряда срывы развиваются при приближении к пределам рабочей области. Соответственно различают срывы:

- при критической плотности;
- при предельной величине  $q_a$ ;
- при предельном  $\beta_0$ .

Наряду с этим срывы можно инициировать при не очень аккуратном обращении с плазмой:

- при быстром подъеме тока, часто при нарастании запертой моды;
- при изменении конфигурации от лимитерной к сепаратрисной;
- как следствие больших «пил», в особенности при малых  $q_a$ ;
- при большой активности мод, локализованных на краю плазмы.

Кроме того, к срывам могут приводить случайные причины, например, попадание в плазму крупинки вещества с первой стенки и т. п.

Сценарии развития срывов более или менее похожи друг на друга, отличаясь лишь в деталях при разных факторах дестабилизации плазмы.

В больших токамаках при приближении к предельной плотности срыв развивается обычно, проходя следующие четыре фазы:

1) стягивание токового канала из-за повышенных радиационных потерь;

2) МГД-предвестник — возрастание винтовых мод, большей частью  $m/n=2/1$ ; иногда это возмущение замедляет вращение и останавливается, переходя таким образом в запертую моду;

3) сброс энергии — это и есть собственно срыв, но пока он еще может быть малым. Если развиваются другие моды, в частности  $m=1$ , то МГД-активность захватывает весь шнур — развивается большой срыв;

4) затухание тока — сначала он уплощается с положительным подскоком на токе и отрицательным на напряжении обхода, а затем затухает из-за охлаждения плазмы и поступления примесей.

В качестве типичного примера на рис. 22 представлены кривые спада энергии и тока в установке JET. Как видно, энергия выбрасывается очень быстро — менее чем за миллисекунду.

В других типах срывов (не из-за предельной плотности)



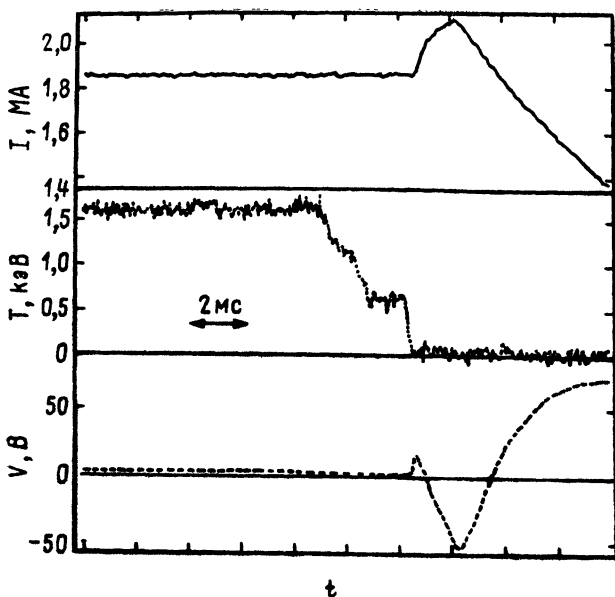


Рис. 22. Спад тока и температуры при срыве в токамаке JET

сценарии их развития аналогичны, но МГД-предшественник может быть короче во времени.

Конечная причина неустойчивости срыва заключается в возможности высвобождения энергии полоидального магнитного поля. Если шнур контрагируется и поверхность  $q(r)=2$  оказывается расположенной близко к краю плазмы, то может начать развиваться нелинейная тиринг-мода [80]. Грубо говоря, это двухзаходный винтовой пузырь, который стремится ворваться в плазму и разорвать ее на две части. Происходящее при этом развитие других мод и уплощение профиля плотности тока только усугубляет эту ситуацию.

Другой способ рассуждения, также приводящий к тому же выводу, опирается на релаксационную модель Тейлора [81, 82], построенную для пинча с обращенным полем. Эта модель предполагает свободное развитие перезамыканий силовых линий в плазме, которые должны приводить к релаксации энергии при сохранении «спиральности»  $K = \int \mathbf{A} \mathbf{B} d\tau$ , где интеграл берется по объему плазмы,  $\mathbf{A}$  — вектор-потенциал магнитного поля  $\mathbf{B}$ . В токамаке нет возможности для свободного перезамыкания силовых линий. Однако при развитии многих мод, т. е. во время срыва, такая возможность реализуется. В применении к токамаку с  $B_T \gg B_p$  теория Тейлора приводит к однородному распределению плотности тока. Но однородное распределение  $j$ , как было видно при рассмотрении винтовых неустойчивостей, является наиболее неблагоприятным с точки зрения развития вин-

товых мод. Раз возникнув, такое состояние будет поддерживаться механизмом Тейлора до полного сброса тока плазмы. Таким образом, большой срыв — это полная реализация перезамыканий, а малый срыв сохраняет магнитную структуру в центральной части шнура. Но и в том, и в другом случае появление в плазме областей с хаотическим поведением силовых линий приводит к огромной электронной теплопроводности. Происходит быстрый сброс тепла из плазмы на стенки.

Неустойчивость срыва в крупных токамаках — это своего рода малая авария: на стенки камеры сбрасывается большая энергия, а кроме теплового удара камера испытывает и механический удар из-за электрических токов, перетекающих из плазмы. Вместе с тороидальным магнитным полем эти токи создают ощутимые значения силы Ампера.

Вероятность срывов, в принципе, можно уменьшать. Как правило, для каждой машины это своя собственная конкретная проблема.

#### 7.4. Веерная неустойчивость

Если в плазме токамака появляется компонента быстрых частиц, электронов или ионов, то появляется возможность развития кинетических неустойчивостей, связанных с неравновесностью функции распределения. Одна из первых, обнаруженных в экспериментах [74] неустойчивостей получила название веерной. Она связана с убегающими электронами — так называются электроны, которые не успевают тормозиться кулоновскими столкновениями и выходят в режим свободного ускорения. Связан этот эффект с тем, что сечение кулоновских столкновений убывает с энергией частиц пучка  $\epsilon_b$  как  $\epsilon_b^{-2}$ .

Чтобы убегающие электроны начали появляться в заметном количестве, нужно, чтобы энергия электрона, набираемая на длине свободного пробега,  $\lambda_e eE$ , составляла некоторую, не слишком малую долю от энергии теплового движения. Численно это условие выражается в виде:  $E < 0,1 E_D$ , где величина критического поля

$$E_D = \gamma_D T_e / e \lambda_e \quad (126)$$

получила название поля Драйсера,  $\gamma_D$  — численный коэффициент,  $\lambda_e$  — длина свободного пробега электронов. Убегающие электроны могут образовываться при приближении к левой границе на диаграмме Хьюгелла (рис. 4), а также на начальной стадии разряда, когда напряжение обхода достаточно велико. Кроме того, убегающие электроны могут инжектироваться срывами, в которых возникают локальные всплески повышенных плотностей тока. Особенно бурно убегающие электроны рождаются в большом срыве: температура плазмы быстро падает и поле в плазме возрастает как  $E \sim \eta \sim T_e^{-3/2}$ , а поле Драйсера

убывает всего лишь как  $T_e^{-1}$  (напомним, что резистивность  $\eta \sim T_e^{-3/2}$ ).

Оказывается, что убегающие электроны, если их достаточно много, могут возбуждать колебания благодаря так называемому аномальному доплер-эффекту [75]. Он происходит при выполнении условия резонанса

$$\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} = -\omega_{ce}, \quad (127)$$

где  $\omega$  — частота волны,  $k$  — проекция волнового вектора на направление магнитного поля, вдоль которого летит электрон,  $\omega_{ce} = eB/m_e c$  — электронная циклотронная частота. Фазовая скорость такой волны  $v_{\phi} = \omega/k_{\parallel}$ , как видно из соотношения (127), меньше скорости электрона. Поэтому в его системе координат волна имеет как бы отрицательную энергию: электрон, как осциллятор с частотой  $\omega_{ce}$ , при возбуждении волны не теряет, а увеличивает свою поперечную энергию. Естественно, что при этом часть продольной энергии (в лабораторной системе координат) теряется. Происходит как бы раскрытие веера (рис. 23).

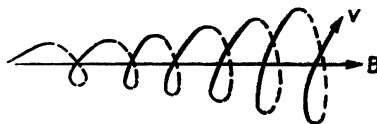


Рис. 23. Превращение продольной энергии в поперечную (расширение траектории) при веерной неустойчивости

В результате возбуждения неустойчивости «веерного типа» в плазме возбуждаются всплески высокочастотных колебаний, сопровождающиеся выбросом быстрых электронов. Именно эти выбросы быстрых электронов и опасна «веерная неустойчивость».

### 7.5. «Фиш-бон»-неустойчивость

Эта неустойчивость была обнаружена на установке PDX при перпендикулярной инжекции пучка быстрых нейтралов [76]. Она получила жаргонное название «фиш-бон» (fishbone — рыба кость), поскольку регулярные всплески МГД-колебаний Мирно-ва напоминали скелет рыбы (рис. 24).

Подобно предшественникам пилообразных колебаний «фиш-бон» является модой  $m/n = 1/1$ , но срывов типа  $m=0$  в сигналах рентгеновского излучения почти нет. Частота колебаний была мала и в каждом всплеске падала почти вдвое от начала всплеска к его концу. В установке PDX «фиш-бон» неустойчивость наблюдалась при достаточно больших значениях тороидального  $\beta$ , а именно,  $\beta_T q_a \geq 2,5\%$ . Неустойчивость приводила к интенсивному выбросу быстрых ионов и тем самым ухудшала эффективность дополнительного нагрева плазмы. Впоследствии

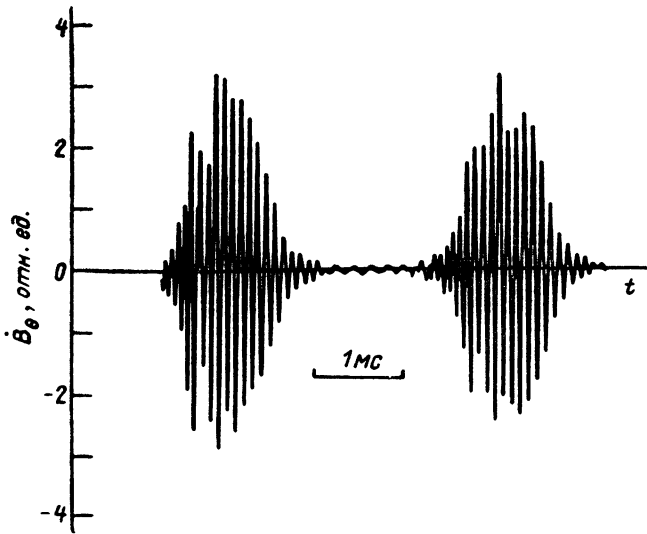


Рис. 24. Колебания производной поля тока при фиш-бон-неустойчивости

неустойчивость типа «фиш-бон» наблюдалась практически на всех крупных установках: JET, TFTR, JT-60, DIII-D. Частота возбуждаемых мод обычно невысока — она составляет величину  $\sim 10^4$  Гц. Сами всплески колебаний довольно быстро нарастают, затем несколько медленнее затухают, и плазма опять успокаивается в ожидании следующего всплеска.

Неустойчивость типа «фиш-бон» теоретически объясняется как кинетическое возбуждение быстрыми ионами внутренней винтовой моды [77]. При увеличении  $\beta_p$  внутренняя винтовая мода подходит к порогу своего возбуждения, так что ее частота сильно замедляется и появляется возможность ее связи с прецессией. Для более точного анализа требуется учет диамагнитного дрейфа также и тепловой компоненты плазмы [78]. «Фиш-бон»-неустойчивость неприятна тем, что она выбрасывает довольно большое количество захваченных в плазму быстрых ионов. Возникают опасения, что аналогичный процесс может осуществляться в будущих термоядерных реакторах, где дестабилизация винтовых мод может производиться быстрыми  $\alpha$ -частицами — продуктом D—T-реакций. Вот почему эта неустойчивость заслуживает очень подробного исследования.

Последние результаты на DIII-D [79] вселяют некоторый оптимизм в этом отношении. На этой установке хотя и наблюдались всплески «фиш-бон»-колебаний при  $\beta_p \geq 1,5$  и  $\bar{n}_e \leq 10^{20} \text{ м}^{-3}$ , но все же, в основном, плазма была устойчива.

## 7.6. Моды, локализованные на краю плазмы

На токамаке ASDEX в режиме улучшенного удержания плазмы, т. е.  $H$ -моды, были обнаружены колебания, затрагивающие только периферию плазмы. Они были названы модами, локализованными на краю плазмы (ELM — Edge Localized Mode). Они характеризуются внезапным возрастанием излучения  $H_\alpha$  в диверторе, быстрым спадом рентгеновского излучения с периферии плазмы и быстрым уменьшением  $\beta_p$ . Аналогичное поведение этих сигналов наблюдается на установке ASDEX во время перехода от  $H$ -моды к  $L$ -моды удержания, так что очень грубо можно сказать, что ELM представляет собой короткий импульс  $H$ — $L$ — $H$ -переходов. На самом деле потери плазмы в одиночном ELM могут быть гораздо больше, чем в спокойной фазе  $L$ -моды.

Характеристики одиночного ELM на установке ASDEX показаны на рис. 25, заимствованном из работы [80, 81]. Частота релаксационных колебаний (рис. 25) постепенно возрастает,

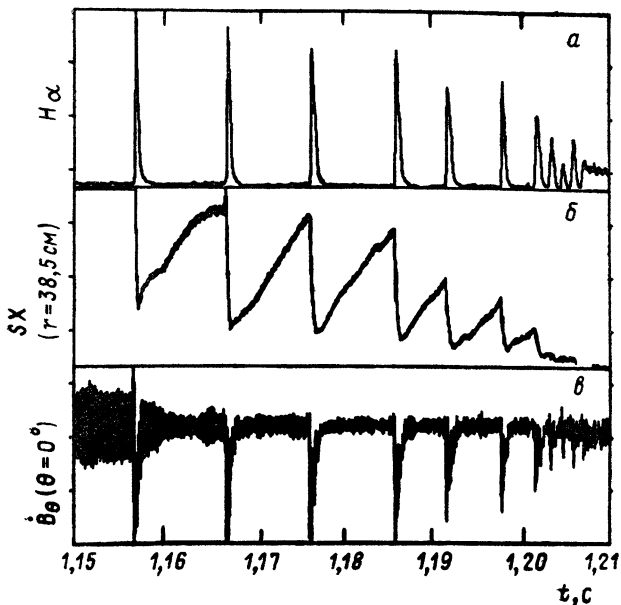


Рис. 25. Колебания в ELM-моды

амплитуда падает и в конце ELM происходит переход из  $H$ - в  $L$ -моды удержания. Во время импульсов ELM наблюдаются винтовые возмущения высших мод,  $m=3,4$ , так что  $m/n$  оказывается близким к значению  $q_a$  на границе плазменного шнура.

Релаксационный характер ELM, их сопровождение винтовы-

ми модами и сброс энергии плазмы с периферии шнура очень напоминают характеристики внутреннего срыва. Можно сказать, что ELM — это периферийный срыв.

Неустойчивости типа ELM наблюдаются и на других установках — PDX, DIII-D, JET. Наличие ELM-колебаний не означает еще, что плазма должна перейти в *L*-моду: *H*-моды как с ELM, так и без ELM, наблюдаются на нескольких установках. В установке ASDEX отсутствие ELM приводило к накоплению тяжелых примесей в центральной области плазмы, т. е. *H*-мода оказывалась чересчур спокойной и затягивала в себя примеси в соответствии с неоклассикой.

С другой стороны, в установке DIII-D накопления тяжелых примесей не происходило и в отсутствие ELM. По-видимому, оптимальная ситуация состоит в очень малой активности ELM, когда ухудшения удержания еще не происходит, но влияние на состав примесей уже налицо.

### 7.7. «Марфе»

На установке Алкатор-С в условиях очень высокой плазмы было обнаружено явление, получившее название MARFE (Multifaceted Asymmetric Radiation from the Edge). Марфе — это тороидальный виток плотной, сравнительно холодной плазмы, расположенный по периферии горячей плазмы на внутреннем ее обводе. Марфе легко наблюдается по интенсивному излучению света.

Позднее Марфе были обнаружены на целом ряде установок. Плотность плазмы в Марфе достаточно велика, она сравнима с центральной плотностью основной плазмы. А ее температура мала — буквально несколько электронвольт. Именно поэтому Марфе является интенсивным излучателем света.

Физика Марфе сходна с физикой солнечных протуберанцев. Как известно [82], протуберанец на Солнце представляет собой «лист» плотной плазмы, висящий на силовых линиях магнитного поля. Температура плазмы в протуберанце гораздо ниже температуры окружающей его короны. В результате образуется сильно излучающий слой, который не успевает разогреться короной до высоких температур, но удерживается короной в смысле гидростатического равновесия.

То же самое происходит и в Марфе. Марфе соответствуют более высокой плотности и, соответственно, более высокой мощности излучения. Периферийная плазма «поджимает» холодную плазму Марфе и непрерывно подводит к нему энергию для последующего переизлучения.

Таким образом, Марфе — это результат радиационно-тепловой неустойчивости периферийной плазмы [83—85]. Понятно, почему Марфе образуются на внутреннем обводе. Именно здесь силовая линия из-за большей величины продольного поля обла-

дает наибольшей длиной, в расчете на определенный интервал полюидального угла  $\Delta\theta$ . Кроме того, на внутреннем обводе плазма более устойчива, вследствие чего там ослаблен процесс поперечного переноса тепла к стенке. Таким образом, условия на внутреннем обводе наиболее благоприятны для образования Марфе.

Марфе, так же как и ELM, представляет собой результат процессов самоорганизации плазмы в токамаке. Явление, сходное с Марфе, т. е. поджатие холодной плазмы с последующим переизлучением мощности, используется в открытом диверторе.

## 8. ТЕРМОИЗОЛЯЦИЯ ПЛАЗМЫ

Изучение термоизоляции высокотемпературной плазмы токамака является главной целью многочисленных экспериментальных и теоретических исследований. Сюда включаются практически все транспортные процессы — теплопроводность электронов и ионов, диффузия, перенос примесей, вязкостное затухание вращательного движения. В начале исследований существовала надежда, что эксперимент шаг за шагом позволит определить все эмпирические выражения для кинетических коэффициентов, которые следует затем обосновать теоретически. Эта надежда поддерживалась длительное время результатами малых и средних токамаков, где ионная теплопроводность была близка к неоклассической величине, а по отношению к электронной теплопроводности и диффузии существовала уверенность, что экспериментально можно найти универсальную формулу, пригодную для всех случаев жизни. Отказ от этих иллюзий произошел в восьмидесятые годы отчасти в связи с более подробными исследованиями на токамаках средних размеров, но, главным образом, в результате огромного потока экспериментальных результатов с крупных машин.

Новое качество возникло в связи с открытием разных режимов удержания, которые отличаются друг от друга по величинам соответствующих тепловых и диффузионных потоков иногда до нескольких раз. Стало ясно, что в плазме токамака большую роль играют профильные эффекты — гораздо большую роль, чем это было бы при фиксированных кинетических коэффициентах. Нужно говорить, скорее, о существовании обратной связи между профилями и кинетическими коэффициентами. Другими словами, возникают своего рода процессы самоорганизации, которые сами управляют формой плазмы. Для описания этих более сложных процессов требуется отказаться от простейших подходов типа теплопереноса при заданных коэффициентах теплопроводности и перейти к более сложным физическим моделям самоорганизации.

## 8.1. Неоклассическая теория переносов

Минимальный уровень транспортных потоков определяется парными кулоновскими столкновениями. В однородном магнитном поле коэффициенты ионной  $\chi_i$  и электронной  $\chi_e$  температуропроводности, как и коэффициент диффузии  $D$ , определяются очень просто:

$$\chi_i \cong \rho_i^2 \nu_i; \quad \chi_e \approx D \cong \rho_e^2 \nu_e,$$

где  $\rho_e, \rho_i$  — средние ларморовские радиусы, а  $\nu_i, \nu_e$  — средние частоты столкновений. Величина  $\chi_i$  примерно в  $\sqrt{m_i/m_e}$  больше  $\chi_e, D$ .

В поле токамака картина усложняется из-за того, что частицы испытывают дрейф в неоднородном магнитном поле. В основополагающей работе И. Е. Тамма [4] была оценена максимальная величина фактора усиления кинетических коэффициентов за счет этого механизма:  $\chi$  и  $D$  не должны превышать классических значений при полоидальном магнитном поле  $B_\theta$ . Другими словами, теоретический фактор усиления не больше, чем  $B_T^2/B_\theta^2 = q^2 \varepsilon^{-2}$ , где  $\varepsilon = r/R$ .

Более точная теория А. А. Галеева и Р. З. Сагдеева [9, 86], получившая название неоклассической, показала, что реальный вид фактора усиления более сложен.

В упрощенном изложении эта теория выглядит следующим образом.

Чтобы учесть тороидальные эффекты, рассмотрим прежде всего движение одной единственной заряженной частицы в магнитном поле токамака. Точнее, рассмотрим, как движется ведущий центр дрейфового кружка радиуса  $\rho = v_\perp / \omega_c$ , где  $\omega_c = eB/mc$  — циклотронная частота заряженной частицы с массой  $m$  (здесь мы опять пользуемся системой единиц CGSE, более удобной при теоретических рассуждениях).

Рассмотрим поперечное сечение тороидальной магнитной поверхности круглого сечения с большим радиусом  $R_0$  и малым радиусом  $r$  (рис. 26). Будем считать, что величина  $\varepsilon = r/R$  мала. Тогда величина магнитного поля на этой поверхности приближенно равна  $B = B_T (1 - \varepsilon \cos \theta)$ : на наружном обводе поле несколько слабее, чем на внутреннем обводе. При движении заряженной частицы в магнитном поле ее полная энергия  $\varepsilon = mv_\parallel^2/2 + mv_\perp^2/2$  сохраняется ( $v_\parallel$  — продольная компонента, а  $v_\perp$  — поперечная компонента скорости). Кроме того, сохраняется поперечный адиабатический инвариант

$$\mu_\perp = mv_\perp^2/2B = \text{const.} \quad (128)$$

Отсюда видно, что при движении ларморовского кружка со стороны наружного обвода в сторону более сильного магнитного поля поперечная кинетическая энергия возрастает, а про-



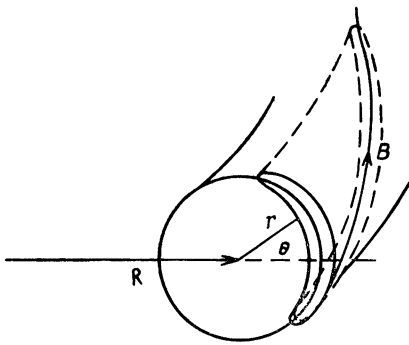


Рис. 26. Траектория запертой частицы (банан)

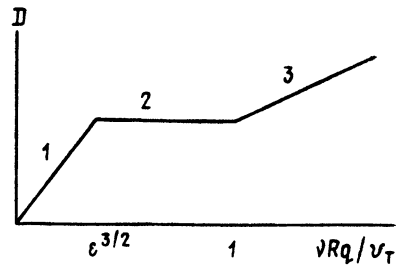


Рис. 27. Схематическая зависимость коэффициентов диффузии  $D$  и температуропроводности  $\chi$  от частоты столкновений

дольная — настолько же убывает. Если продольная энергия невелика по сравнению с поперечной, то может возникнуть зеркальный эффект: частица отражается от сильного магнитного поля. Нетрудно видеть, что отражение возникает для тех частиц, у которых при  $\theta=0$  величина  $v_{\parallel}^2 < 2\epsilon v_{\perp}^2$ . В самом деле, при повороте на угол  $\Delta\theta=\pi$  величина  $v_{\perp}^2$  согласно (128) увеличилась бы на  $2\epsilon v_{\perp}^2$ , но если  $v_{\parallel}^2$  меньше этой величины, то частица не может зайти так далеко в область сильного магнитного поля. Такие частицы называются запертыми, а частицы с  $v_{\parallel}^2 > 2\epsilon v_{\perp}^2$  — пролетными.

Учтем теперь магнитный дрейф. На дрейфовый кружок действуют две силы, направленные по большому радиусу: сила выталкивания диамагнитного ларморовского кружка  $F_D = -\mu_{\perp} \nabla B = m v_{\perp}^2 / 2R$  и центробежная сила  $F_c = m v_{\parallel}^2 / R$ . Эти силы приводят к дрейфу со скоростью  $v_d$ , так чтобы сила Лоренца  $e v_d B / c$  уравновесила силы выталкивания. Другими словами,

$$v_d = \frac{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2 / 2}{\omega_c R}, \quad [129]$$

где  $\omega_c = eB/mc$  — циклотронная частота. Скорость дрейфа направлена вдоль вертикальной оси симметрии. Соответственно, в верхней половине тора частица выдрейфовывает наружу по отношению к магнитной поверхности, а в нижней половине — внутрь. В результате запертая частица описывает траекторию, которая в проекции на поперечное сечение тора выглядит как «банан». Ширина «банана»  $\Delta \cong v_d t$ , где  $t$  — время пролета одной половинки «банана». Для типичной запертой частицы с продольной скоростью  $v_{\parallel} \sim \epsilon \sqrt{\epsilon} v_{\perp}$  и полной скоростью порядка тепловой

$$\Delta \cong q \rho / \sqrt{\epsilon}, \quad (130)$$

где  $q = B_T r / R B_0$ ,  $\rho = v_T / \omega_B$ ,  $v_T = \sqrt{2T/m}$ .

Траектории пролетных частиц также отклоняются от магнитных поверхностей. У частиц, только-только ставшими пролетными, т. е. находящихся близко к сепаратрисе, разделяющей запертые частицы от пролетных, величина  $v_{\parallel}$  опять порядка  $\varepsilon v_{\perp}$ , так что их смещение по малому радиусу опять имеет тот же масштаб, что и у запертых. Однако для типичной пролетной частицы с продольной скоростью порядка поперечной это отношение составляет величину  $\sim qR$ .

Зная траектории частиц, можно найти соответствующие кинетические коэффициенты, решая кинетические уравнения с учетом кулоновских столкновений. Если же речь идет о грубой оценке коэффициентов переноса, то достаточно знать смещение частиц  $\delta$  между столкновениями и затем найти величину  $\delta^2 \nu_{\text{eff}}$ , где  $\nu_{\text{eff}}$  — соответствующая частота столкновений. Удобно начать с предельного случая разреженной плазмы при высокой температуре, когда длина свободного пробега  $\lambda_{\text{eff}} = v_T / \nu_{\text{eff}}$  велика по сравнению с  $qR$ . При этом основной вклад в переносы дают запертые частицы, так что условно можно говорить о диффузии и теплопроводности на «бананах».

Схематическая зависимость коэффициентов диффузии  $D$  и температуропроводности  $\chi$  от частоты столкновений представлена на рис. 27. Область очень редких столкновений отмечена цифрой 1. В этой области диффузия или теплопроводность определяется столкновениями, которые перебрасывают частицы от запертых в пролетные и наоборот. Этого уже вполне достаточно, чтобы характерное смещение за одно столкновение составляло величину  $\Delta \cong qR / \sqrt{\varepsilon}$ . Так как для такого столкновения достаточно изменить продольную скорость всего лишь на величину порядка  $\sqrt{\varepsilon} v_{\perp}$ , то соответствующая частота столкновений оказывается значительно больше, чем средняя частота столкновений, в силу того, что процесс кулоновских столкновений носит характер диффузии в пространстве скоростей. Вследствие этого

$$\nu_{\text{eff}} \cong \nu / \varepsilon, \quad (131)$$

т. е. эффективная частота столкновений больше средней в  $(v_{\parallel} / v_{\perp})^2$  раз.

Учитывая, что доля запертых частиц составляет величину порядка  $\sqrt{\varepsilon}$ , соответствующие коэффициенты переноса оцениваются величиной  $\sqrt{\varepsilon} \Delta^2 \nu_{\text{eff}} = \varepsilon^{-3/2} \nu q^2 \rho^2$ . Это выражение относится как к ионной, так и к электронной температуропроводностям: достаточно лишь подставить соответствующие значения для  $\nu$  и  $\rho$ . Нетрудно видеть, что  $\chi_i$  примерно в  $\sqrt{m_i / m_e}$  больше  $\chi_e$ . Коэффициент диффузии  $D$  в неоклассической теории имеет величину того же порядка, что и электронная температуропроводность, т. е. существенно меньше ионной температуропроводности.

Выражением для переносов на «бананах» можно пользоваться только до значений  $v_{\text{eff}}$ , сравнимых с частотой колебаний запертых частиц между магнитными пробками, т. е. при  $v_{\text{eff}} < \sqrt{\epsilon} v_T / qR$ . Если ввести величину

$$v^* = v \epsilon^{-3/2} qR / v_T, \quad (132)$$

то область диффузии на «бананах» на рис. 27 будет ограничена сверху по частоте столкновений величиной  $v^* < 1$ .

В области 2, где  $1 < v^* < \epsilon^{-3/2}$ , средняя частота столкновений  $\nu$  меньше среднего пролетного времени  $qR/v_T$ . Поэтому основной вклад в переносы дают не все частицы, а медленно-пролетные. Такие частицы смещаются на величину  $\Delta \cong q r v_T / v_{\parallel}$ , их эффективная частота столкновений имеет порядок величины  $\nu v_T^2 / v_{\parallel}^2$ , а их вклад в перенос приводит к «плато» на рис. 27. Другими словами, в этой промежуточной области  $\chi$  и  $D$  не зависят от частоты столкновений (разумеется, только в этом грубом приближении).

Область частых столкновений 3 может быть описана в гидродинамическом приближении. Ее называют также областью Пфирша—Шлютера по имени физиков, впервые исследовавших эту проблему теоретически. Речь идет фактически о своеобразном течении: конвекции всей плазмы при диффузии и конвекционных тепловых потоках при теплопроводности. Рассмотрим, например, диффузию. В прямом цилиндре с продольным магнитным полем  $B$  диффузия возникает как результат конечного сопротивления: для протекания поперечного тока равновесия  $j_{\perp} = -cB^{-1} dp/dr$  требуется движение плазмы с такой скоростью  $v$ , чтобы сила Лоренца  $e v B / c$  уравновешивала силу трения  $e \eta_{\perp} j_{\perp}$ , где  $\eta_{\perp} = m_e / e^2 n \tau_e$  — поперечная резистивность. Отсюда находим диффузионный поток в однородном поле:

$$n v = -n \frac{c^2}{B^2} \eta_{\perp} \frac{dp}{dr}. \quad (133)$$

В тороидальном магнитном поле к этой величине добавляется поток за счет продольного тока  $j_{\parallel}$ , который называют током Пфирша—Шлютера. Этот ток возникает из-за несимметрии тока  $j_{\perp}$  по  $\theta$ . Как мы знаем, на единицу длины отдельной плазменной трубки с единичным сечением в тороидальном поле действует сила выталкивания по большому радиусу  $2p/R$ . Поэтому у тока  $j_{\perp}$  появляется полоидальная добавка  $\delta j_{\perp} = 2\epsilon j_{\perp} \cos \theta$ . Так как токовые линии должны быть замкнуты, т. е.  $\text{div } j = 0$ , то несимметричная часть тока  $\delta j_{\perp}$  должна компенсироваться током, перетекающим вдоль силовых линий:

$$j_{\parallel} = -\frac{B}{B_0} \delta j_{\perp} = \frac{2cr}{RB_0} \frac{dp}{dr} \cos \theta. \quad (134)$$

Для протекания этого тока в плазме должно существовать продольное электрическое поле  $E_{\parallel} = \eta_{\parallel} j_{\parallel}$  и, соответственно,  $E_{\theta} = -\frac{B}{B_0} E_{\parallel}$ . Это поле приводит к радиальной конвекции плазмы со

скоростью  $v_r = cE/B = c\eta_{\parallel}j_{\parallel}/B_0$ . Казалось бы, согласно (134), скорость  $v_r$ , меняющаяся по закону  $\cos \theta$ , не должна приводить к суммарному потоку плазмы поперек магнитных поверхностей. Однако это не так: элемент тороидальной поверхности  $dS = 2\pi R r d\theta \cong 2\pi R_0 r (1 + \varepsilon \cos \theta) d\theta$ , так что скорость  $v_r$  нужно усреднять по углу  $\theta$  с весом  $(1 + \varepsilon \cos \theta)$ , чтобы найти суммарный поток  $nv$ . После усреднения и добавления (133) получаем

$$nv = -n \frac{c^2}{B^2} \eta_{\perp} \frac{dp}{dr} \left( 1 + \frac{2\eta_{\parallel}}{\eta_{\perp}} q^2 \right). \quad (135)$$

При кулоновских столкновениях в водородной и дейтериевой плазмах  $\eta_{\perp} \cong 2\eta_{\parallel}$ , так что по сравнению с (133) поток в тороидальной плазме (135) увеличивается в  $(1 + q^2)$  раз. Итак, неоклассические величины  $\chi_i$ ,  $\chi_e$ ,  $D$  выглядят примерно так, как представлено на рис. 27. Впрочем, эта грубая картина имеет, скорее, качественный характер. Более точная количественная теория была построена в работе Ф. Хинтона и Р. Хазелтайна [87], а позднее в работе С. Чанга и Ф. Хинтона [88]. Главный их результат — более плавный переход между областью «бананов» и областью Пфирша—Шлютера.

При сравнении теории с экспериментом только ионная теплопроводность получила экспериментальное подтверждение. Экспериментальные значения  $\chi_i$  иногда оказываются совпадающими с теоретическими, но нередко отличаются от них в несколько раз. Что касается экспериментальных значений  $\chi_e$  и  $D$ , то они почти на два порядка превышают величины, предсказываемые неоклассической теорией.

## 8.2. Бутстрэп-ток

Неоклассическая теория указала на возможность еще ряда транспортных эффектов. Например, она позволяет рассчитывать диффузию примесей относительно основной плазмы. Коэффициент диффузии примесей, очевидно, имеет порядок величины  $\chi_i$ , поскольку ионная теплопроводность это тоже диффузионный процесс переноса более горячих ионов на фоне обратного потока более холодных ионов. Расчеты классического переноса примесей вполне оправданы: иногда они согласуются с экспериментальными данными. Однако гораздо чаще оказывается более правильным совсем грубый подход: одинаковый коэффициент диффузии для всех примесей.

Другой эффект, довольно ясный в рамках неоклассической теории, — изменение продольной проводимости плазмы из-за запираания электронов. Грубо говоря, в разреженной плазме меняется число носителей тока, так что электронная резистивность оказывается увеличенной по сравнению с классической величиной спицеровской резистивности в  $(1 - 2\sqrt{\varepsilon})^{-1}$  раз:

$$\eta = \eta_{cl} (1 - 2\sqrt{\varepsilon})^{-1}, \quad \eta_{cl} \cong 3 \cdot 10^{-8} \cdot Z_{eff} T_e^{-3/2} \text{ (Ом} \cdot \text{м)}. \quad (136)$$

Последнее выражение приведено в практической системе единиц, а температура электронов  $T_e$  — в килоэлектронвольтах.

Упомянем еще один эффект — пинчевание на запертых частицах Уэйра [89]. Он возникает по следующей причине. Траектории запертых частиц в виде «бананов» не охватывают магнитной оси и не чувствуют прямого влияния тороидального магнитного поля. Если имеется продольное электрическое поле  $E$ , то частицы начинают дрейфовать в полоидальном магнитном поле  $B_\theta$ . Скорость дрейфа определяется балансом между двумя силами — от электрического поля и силой Лоренца. Так как доля запертых частиц  $\sim \sqrt{\varepsilon}$ , то отнесенная ко всей плазме скорость пинчевания оказывается равной

$$v_w \cong -\frac{cE}{B_\theta} \sqrt{\varepsilon}. \quad (137)$$

Неоклассическая теория позволяет вычислить эту величину по всей области частот, а не только для области «бананов».

Но, пожалуй, самым интересным эффектом, предсказанным неоклассической теорией, является так называемый бутстрэп-ток. Бутстрэп-ток, предсказанный на основе неоклассической теории в работе Р. Биккертона, Дж. Коннора и Б. Тейлора [90] (см. также [91]), представляет собой ток, поддерживаемый диффузионным расширением плазмы. Это как бы эффект, обратный пинчеванию Уэйра: расширение плазмы заменяет собой продольное электрическое поле. Назван он был по аналогии с сюжетом в сказке «Алиса в стране чудес», где героине удавалось поддерживать себя в воздухе за шнурки от ботинок — «бутстрэпы».

Бутстрэп-ток существенным образом связан с наличием запертых частиц, но сам он переносится не только запертыми частицами. Запертые «бананы» из-за тороидального выталкивания создают дрейфовый тороидальный ток

$$j_T \sim \varepsilon^{3/2} \frac{c}{B_\theta} \frac{dp}{dr}. \quad (138)$$

Здесь множитель  $\varepsilon^{1/2}$  учитывает долю запертых частиц, а еще один множитель  $\varepsilon$  учитывает, что этот ток возник из-за тороидального выталкивания.

Столкновения между запертыми и самыми медленными пролетными электронами с эффективной частотой  $\nu_{\text{eff}} \sim \varepsilon^{-1} \nu_{ee}$  переносят тороидальный момент незапертым частицам с темпом  $\sim \varepsilon^{-1} \nu_{ee} j_T$ . Из-за баланса с ионами устанавливается стационарный ток  $j_{BS}$  незапертых электронов:  $\varepsilon^{-1} \nu_{ee} j_T \sim \nu_{ei} j_{BS}$ . Отсюда получаем оценку для бутстрэп-тока:

$$j_{BS} \cong -\varepsilon^{1/2} \frac{c}{B_\theta} \frac{dp}{dr}. \quad (139)$$

В неоклассической теории этот ток тесно связан с диффузией [78], которая в разреженной плазме определяется теми же столкновительными механизмами. Однако, как мы видим, соотношение (139) является гораздо более общим — оно является прямым следствием тороидального дрейфа бананов. Другими словами, механизм поддержания бутстрэп-тока является более устойчивым по отношению к коллективным процессам, чем сама диффузия. Тем не менее, эффекта бутстрэп-тока долгое время не удавалось наблюдать экспериментально. Впервые он был обнаружен в экспериментах на установке TFTR [92], а затем его подтвердили на целом ряде установок [93, 94]. Наибольший по масштабу эффект был продемонстрирован на установке JT-60 [94]. Так как ток в плазме  $j \sim B_0$ , то доля бутстрэп-тока  $j_{\text{вв}}/j$  согласно (139) должна быть пропорциональна величине  $\beta_p \sim \sim 8\pi r/B_0^2$ . Именно такая зависимость и была получена на JT-60, как это показано на рис. 28. Как мы видим, при  $\beta_p \cong 3$  доля бутстрэп-тока составляла 80% от полного тока.

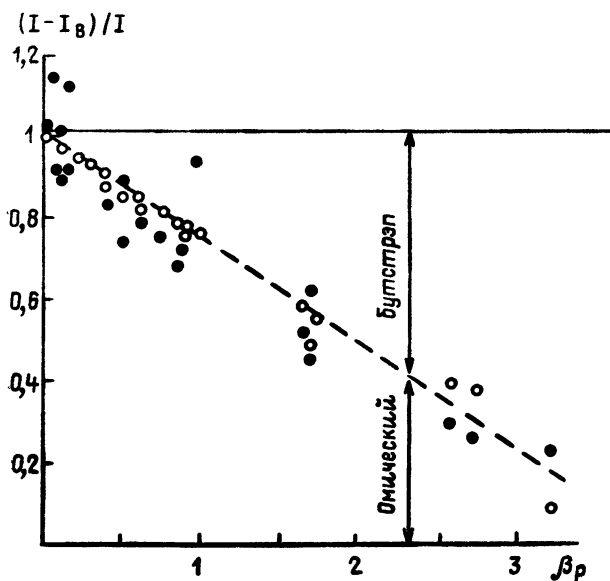


Рис. 28. Зависимость бутстрэп-тока от полоидального  $\beta$

Наличие бутстрэп-тока в плазме токамака вселяет больший оптимизм в отношении возможности создания полностью стационарного токамака: для неиндуктивного поддержания тока потребуются меньшие мощности.

### 8.3. Режимы удержания

На токамаках обнаружено довольно много различных мод удержания. В каждой из таких мод наблюдается определенная связь между процессами на краю плазмы и профильными эффектами в основном ядре горячей плазмы. Поэтому и моды различаются иногда по характеристикам периферийной плазмы, иногда по форме профилей, а в некоторых случаях и тем, и другим.

С практической точки зрения наиболее интересны режимы улучшенного удержания — именно они и были наиболее подробно изучены (хотя еще осталось многое, что следует изучить более детально). Все режимы улучшенного удержания либо непрерывно связаны с режимом не очень хорошего удержания ( $L$ -мода), либо рождаются из него процессом резкого перехода — бифуркацией. Поэтому естественно сначала охарактеризовать режим базового удержания, т. е.  $L$ -моду, а затем перейти к режимам улучшенного удержания. Начнем с омического удержания. При омическом удержании различают следующие моды:

— LOC — linear ohmic confinement — это область омического удержания при не очень высокой плотности,  $n < n_s$ , где имеет место линейная связь между временем удержания энергии и плотностью, т. е. справедлив неалкаторный скейлинг;

— SOC — saturated ohmic confinement — область омического удержания при  $n > n_s$ , когда наступает насыщение зависимости  $\tau_E$  от плотности, SOC — это омический аналог  $L$ -моды;

— IOC — improved ohmic confinement — мода улучшенного омического удержания, когда удается существенно продлить в область больших плотностей режим линейного омического удержания. Режим IOC был получен сначала на установке ASDEX при помощи тщательного управления параметрами плазмы [95]. Он похож на омический аналог  $H$ -моды.

— HDM — high density mode — этот режим получен на установке Туман-3 в омической фазе разряда [96];

—  $P$ -мода — так называют моду улучшенного удержания плазмы как в режиме омического, так и дополнительного нагрева, при инжекции пеллетов — крупинок замороженного водорода.  $P$ -мода связана с пикированностью профиля  $n(r)$  и в этом отношении она перекликается с  $S$ -модой (см. ниже).

В режимах с различными видами дополнительного нагрева различают следующие моды:

—  $L$ -мода — это базисная, не улучшенная мода удержания, которая получается как бы «сама собой», т. е. без дополнительных усилий. Удержание плазмы в  $L$ -моде хорошо описывается скейлингом Голдстона либо его улучшенными вариациями;

—  $H$ -мода, впервые открытая на установке ASDEX [17], — наиболее популярная мода улучшенного удержания при допол-

нительном нагреве плазмы. Именно после открытия этой моды на ASDEX и установились термины  $L$ (low)-мода и  $H$ (high)-мода;

—  $IL$  — improved  $L$ -мода, обнаруженная на JET-2M, похожа на  $H$ -моду, но не обладает ее характеристиками на периферии плазмы;

—  $S$ -мода, или Supershots — суперразряды — это экспериментально обнаруженная на TFTR [97] мода улучшенного удержания с резко пикированным распределением  $n(r)$ . В этом отношении она напоминает  $P$ -моду с дополнительным нагревом;

—  $Z$ -мода — так называют иногда режим улучшенного удержания плазмы, в котором параметры периферии контролируются добавкой примесей. Эта мода была обнаружена на ISX-B, она интересна для выяснения физики улучшенного удержания, но, разумеется, мало привлекательна с практической точки зрения.

Кроме перечисленных выше основных мод существуют их комбинации или небольшие вариации. Например,  $PZ$ -мода означает одновременное использование пеллетов и примесей,  $IDS$  — improved divertor confinement — это вариация  $IOC$ , но с дивертором и дополнительным нагревом, «detached plasma» на TEXTOR — это тоже вариация  $IOC$ ; режимы  $A$  и  $B$  на T-10 близки, соответственно, к режимам «attached» и «detached» на TEXTOR.

Обсуждение экспериментальных данных о различных модах удержания удобно начать с  $H$ -моды, поскольку именно с ее открытием в 1982 г. [17] и начались интенсивные исследования различных мод и их связи между собой. Рис. 29, в настоящее время имеющий, скорее, исторический интерес, показывает, насколько сильным был эффект перехода к  $H$ -моду от  $L$ -моды. Если в  $L$ -моду явно прослеживалась деградация  $\tau_E$  при увеличении мощности, то в первом проявлении  $H$ -моды (рис. 29) такой деградации не видно, и время удержания как бы возвращалось к неоалкаторному скейлингу. Последующие эксперименты показали, что в  $H$ -моду тоже имеет место деградация с мощностью, но все же  $\tau_E$  в два-три раза больше, чем в  $L$ -моду.

$H$ -мода наблюдается как в диверторной, так и в лимитерной конфигурациях. Она обладает следующими основными характеристиками. Обычно при  $L$ — $H$ -переходе начальное небольшое повышение электронной температуры на краю плазмы приводит к своего рода бифуркации — плазма переходит в новое состояние: на ее краю резко укрупняются профили температуры и плотности, а глобальное удержание резко возрастает, так что при заданной мощности  $P$  энергосодержание  $W_T$  нарастает во времени до достижения нового стационарного уровня (такого резкого перехода нет на DIII-D). Улучшается не только удержание энергии, но и удержание частиц. Это приводит к существенным изменениям на периферии плазмы: температура на



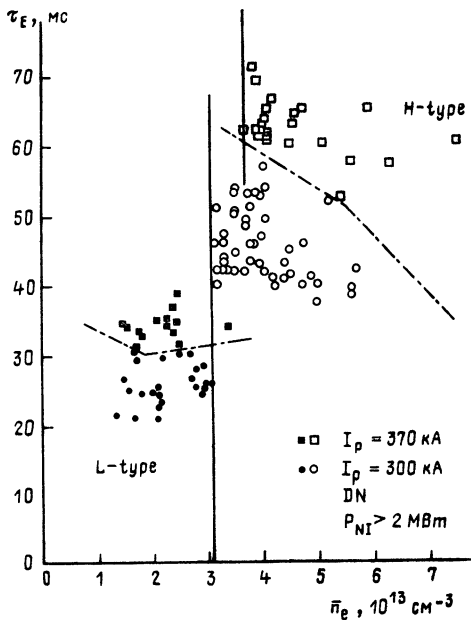
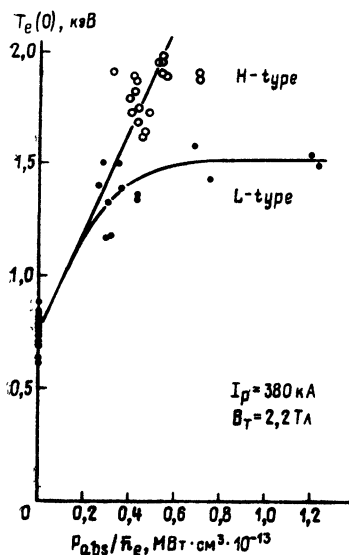


Рис. 29. Температура электронов в L- и H-модах установки ASDEX

Рис. 30. Порог по плотности для L—H-перехода в ASDEX

краю возрастает, так что образуется своего рода пьедестал, рециклинг уменьшается, и соответственно падает интенсивность излучения  $H_\alpha$ . На краю плазмы как бы образуется тепловой барьер: электронная температура подскакивает почти до 1 кэВ. Наличие этого барьера, а также прямое наблюдение направленного внутрь электрического поля  $\sim 300 \text{ В/см}$  на DIII-D свидетельствует о хорошем удержании электронов в граничной плазме. L—H-переход происходит только при достаточно высоких значениях плотности и мощности дополнительного нагрева. Порог по плотности хорошо виден на рис. 30, где сравниваются времена жизни L- и H-мод на установке ASDEX в диверторной конфигурации с двумя нулями — DN. Пороговая плотность мощности, отнесенная к поверхности плазмы и необходимая для L—H-перехода, составляет в разных установках величину  $\sim (2\text{—}5) \cdot 10^{-2} \text{ MBt/m}^2$ . Для осуществления перехода обычно требуется дополнительный нагрев, но на TFTR и DIII-D режимы H-моды были осуществлены и при омическом нагреве. Время удержания в H-моды обычно в 2—3 раза выше, чем в L-моды, хотя существуют и более точные скейлинги. Режимы с пикированными профилями плотности лучше обсуждать вместе с режимами омического удержания. На рис. 31 показаны исходные данные установки ALCATOR-C [14], послужившие для построе-

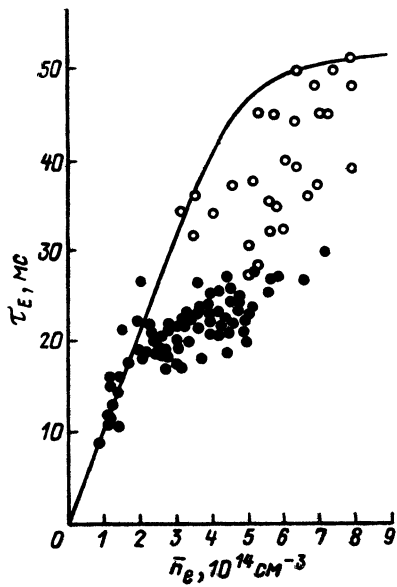


Рис. 31. Улучшение удержания в ALCATOR-C при инъекции крупинок

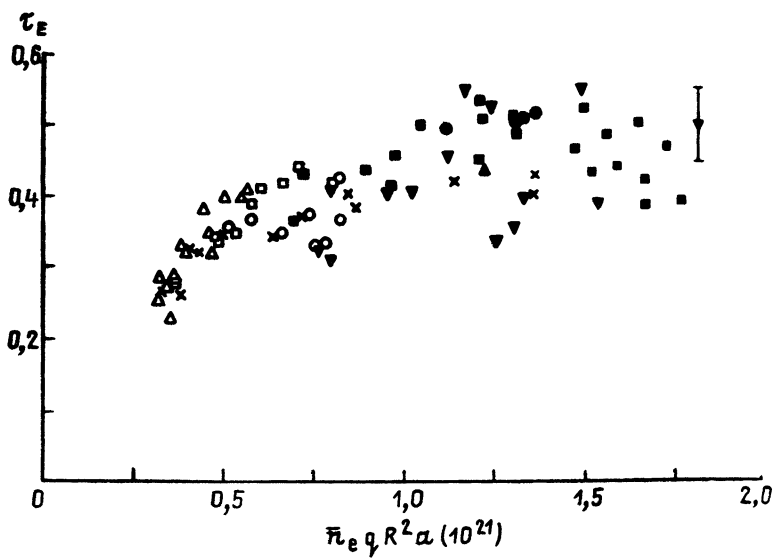


Рис. 32. Насыщение  $\tau_E$  с плотностью в омическом режиме (TFTR)

ния неоалкаторного скейлинга, вместе с результатами инъекции крупинок, устранявших насыщение  $\tau_E$  с плотностью. На рис. 32 показано, что на установке TFTR [97] инъекция крупинок позволила существенно увеличить предельную плотность при омическом нагреве, но фактически не устранила перехода от линейной зависимости  $\tau_E$  от плотности к режиму насыщения, похожему на  $L$ -моду. Однако суперразряды, приводящие к еще большему пикированию профилей плотности и температуры, позволили увеличить  $\tau_E$  в 2—3 раза по сравнению со скейлингом  $L$ -моды. В этом отношении  $S$ -мода похожа на  $H$ -моду.

Рис. 33 показывает, что в TFTR существует непрерывный переход от  $L$ -моды к  $S$ -моду. На этом рисунке по оси ординат отложен фактор  $f_L = \tau_E / \tau_{EL}$ , т. е. отношение улучшенного време-

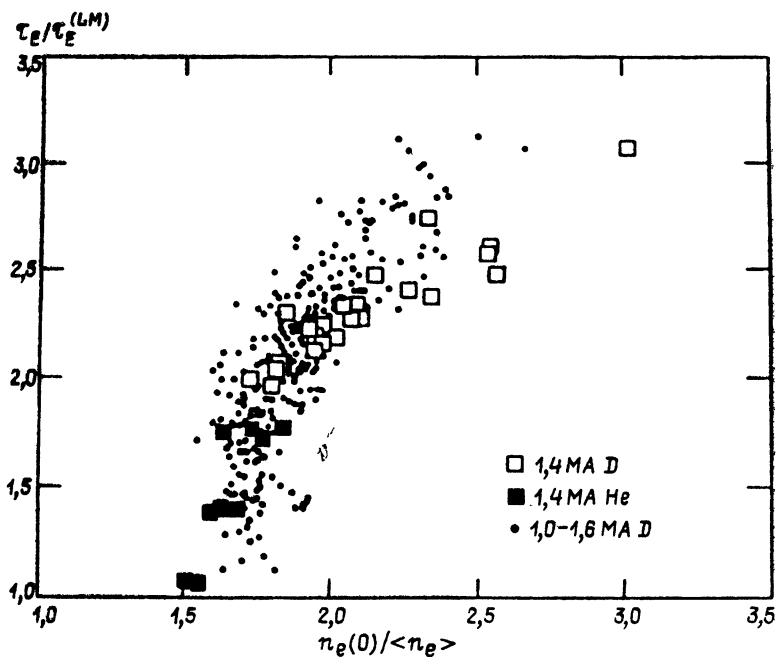


Рис. 33. Улучшение удержания энергии плазмы в TFTR в зависимости от пикированности профиля плотности

ни удержания к расчетному времени удержания  $L$ -моды, а по оси абсцисс — пикированность профиля плотности, т. е. отношение плотности  $n_e(0)$  в центре разряда к ее объемно-усредненной величине  $\langle n \rangle$ . Как видно, существует довольно четкая корреляция между этими величинами. Оказалось также, что  $H$ - и  $S$ -режимы также не являются абсолютно разными: в недавних экспериментах на TFTR [98] удалось получить  $H$ -моду из сверх-

разряда с сохранением большой пикированности профилей: фактор  $n(0)/\langle n \rangle \approx 2-3$ , а фактор  $p(0)/\langle p \rangle$  даже больше, вплоть до 5.

На рис. 34 показано сравнение времен удержания в обычном омическом режиме (LOC+SOC) и в режиме улучшенного омического удержания IOC на установке ASDEX. Авторами было показано, что разряды с насыщением  $\tau_E$  по плотности наблюдались при свеженауглероженных стенках, освобождающих большое количество газа. Однако, если стенки не были науглерожены либо науглерожены, но после этого обработаны тлеющим разрядом в гелии, удержание улучшалось при уменьшении поддува газа. Именно в таких условиях, да еще при модификации диверторной камеры с целью уменьшить рециклинг и удалось осуществить улучшенный омический режим. Из рис. 34 видно,

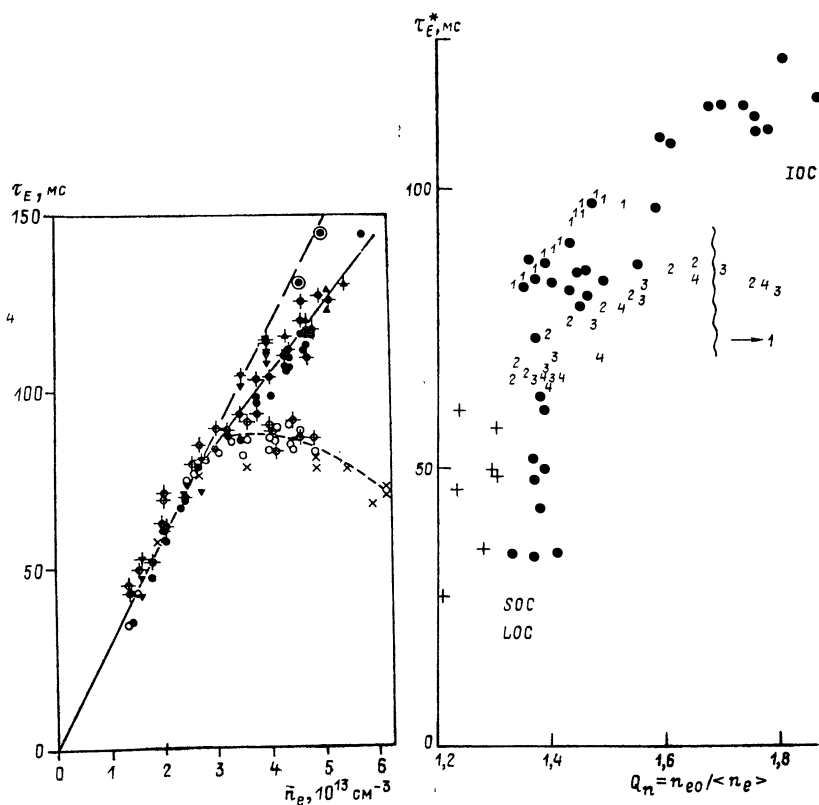


Рис. 34

Рис. 35

Рис. 34. Режим улучшенного омического удержания (IOC) в ASDEX.

--- режим насыщения; - - - - различные режимы IOC

Рис. 35. Зависимость  $\tau_E^*$  (по магнитным измерениям) от фактора пикированности плотности:

●, + — омический режим, 1÷4 — нейтральная инжекция

что в ИОС восстанавливается линейная зависимость  $\tau_E$  от плотности при гораздо больших плотностях, чем точка перехода  $n_c$  от LOC к SOC. Не исключено, что она просто переместилась в область больших плотностей — как это имеет место при инжекции крупинки. Именно на эту мысль наталкивает рис. 35, где представлена зависимость времени удержания энергии плазмы в установке ASDEX в зависимости от фактора пикирования плотности  $n(0)/\langle n \rangle$ . На этом же рисунке представлены результаты удержания при дополнительном нагреве (контринжекция нейтралов). Как видно, опять имеет место улучшенный режим удержания, напоминающий суперразряды в TFTR.

Что касается точки перехода  $n_c$  от LOC к SOC, то в обычных режимах они соответствуют значению числа  $H = H_c \approx \sqrt{A_i/2}$ . Однако если время жизни  $L$ -режима оказывается меньше, то оно может сказаться даже при меньших значениях числа Хьюгелла  $H$ . Например, рис. 36 показывает хорошее согласие экспериментальных данных установки FT [60] с расчетным значением  $\tau_E$  по рецепту, указанному Голдстоном [27]

$$\tau_E^{-2} = \tau_{OH}^{-2} + \tau_{aux}^{-2},$$

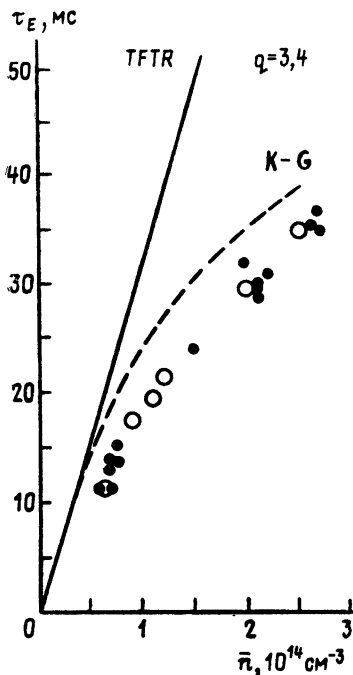


Рис. 36. Зависимость  $\tau_E$  от плотности плазмы на токамаке FT:

— — неалгебраический скейлинг TFTR, — — — скейлинг Кэя-Голдстоуна в голдстоуновской комбинации для  $\tau_E$

где  $\tau_{\text{он}}$  — время удержания энергии в омическом режиме, а  $\tau_{\text{аук}}$  — при дополнительном нагреве.

Итак, подводя итоги исследований различных мод удержания, можно сказать следующее. Самым лучшим удержанием обладает мода линейного омического удержания с алкаторным скейлингом. К сожалению, в обычных условиях при повышении плотности она переходит либо в насыщенную моду омического удержания, либо в  $L$ -моду со скейлингом удержания Голдстона. Существуют возможности улучшения удержания: они как бы продлевают моду ЛОС до больших плотностей, а численно означают улучшение удержания в 2—3 раза по сравнению с  $L$ -модой. Одна из возможностей улучшения удержания связана с образованием теплового барьера для электронов на границе плазмы — это  $H$ -мода. В  $H$ -моде профили температуры и плотности могут быть широкими, но устанавливается высокая температура на границе плазмы. Вторая возможность связана с пикированностью профилей плотности и температуры — это  $S$ -,  $P$ - и ИОС-моды. Возможны также и их комбинации.

#### 8.4. Скейлинги

Огромная база данных по удержанию энергии плазмы в токамаках может быть подытожена в простых эмпирических выражениях для  $\tau_E$ , которые получили название скейлингов. Таких скейлингов очень много: участники разных экспериментальных групп стараются, как правило, сконструировать такие эмпирические зависимости, чтобы в первую очередь достаточно хорошо описать свои собственные экспериментальные данные. В применении к другим установкам такие скейлинги не всегда достаточно точны. Тем не менее, шаг за шагом удалого создать более или менее универсальные скейлинги. Мы приведем здесь только часть из существующих скейлингов.

В режиме линейного омического удержания ЛОС результаты экспериментов достаточно хорошо описываются неоалкаторным скейлингом

$$\tau_{\text{НА}} = 0,07 \, n a R^2 q, \quad (140)$$

где  $q$  — эффективный запас устойчивости по винтовым модам, т. е. цилиндрический эквивалент  $q_a$ :

$$q = \frac{5a^2 B}{2RI} \{1 + K^2 (1 + 2\delta^2 - 1,2\delta^3)\} \approx \frac{5ab}{RI}. \quad (141)$$

Здесь  $a$  — малый радиус в метрах,  $R$  — большой радиус,  $I$  — ток в мегаамперах,  $n$  — средняя плотность в  $10^{20} \text{ м}^{-3}$ ,  $K = b/a$  — вытянутость поперечного сечения плазмы,  $\delta$  — треугольность сечения,  $B$  — поле в теслах. Неоалкаторный скейлинг справедлив

лишь до плотности насыщения

$$n = n_s = \frac{B}{Rq} \sqrt{\frac{A_i K}{2}}, \quad (142)$$

выше которой он переходит в скейлинг Шимомуры [26]:

$$\tau_s = 0,07 a R B \sqrt{A_i K / 2}, \quad (143)$$

где  $A_i$  — атомный вес ионов.

При дополнительном нагреве вместо времени  $\tau_{\text{он}}$  омического нагрева (соответственно (140, 141)) следует пользоваться скейлингом дополнительного нагрева, а в области перехода от одного режима к другому можно действовать по рецепту Голдстона:

$$\tau_E^{-2} = \tau_{\text{OH}}^{-2} + \tau_{\text{аук}}^{-2}. \quad (144)$$

Скейлинг Голдстона для  $L$ -моды имеет вид:

$$\tau_G = 0,037 I P^{-0,5} R^{1,75} a^{-0,37} K^{-0,5} (A_i / 1,5)^{0,5}. \quad (145)$$

Здесь  $P$  — мощность нагрева плазмы в мегаваттах, а множитель с  $A_i$  добавлен для учета изотопного эффекта с учетом того, что первоначальный скейлинг Голдстона относился к смеси водорода с дейтерием.

Для  $H$ -моды скейлинг (145) должен быть умножен на фактор усиления  $f_L \approx 2 \div 3$ . Кроме указанных здесь скейлингов существует много других: скейлинг Кэя—Голдстона [97], скейлинг Ребу—Лалиа [98], скейлинг Оаджима—Шимомура [99] и т. д. Упомянем здесь еще два очень простых скейлинга: скейлинг ASDEX для  $H$ -моды

$$\tau_{\text{ах-н}} \approx 0,1 I R \quad (146)$$

и скейлинг T-10

$$\tau_{\text{T-10}} \approx \tau_{\text{NA}} (P/P_{\text{OH}})^{-0,4}. \quad (147)$$

Не так давно группа ИТЭР провела подробное сравнение всех скейлингов на базе данных группы ИТЭР [28]. Оказалось, что в базе данных существует два параметра, зависимость  $\tau_{\text{аук}}$  от которых очень слаба:

$$f_s = 0,3 (R/a)^{3/4} R^{1/4} K_x^{1/2}; \quad f_q = q_{95} / 3,2, \quad (148)$$

где  $K_x$  — вытянутость сепаратрисы,  $q_{95}$  — фактор запаса устойчивости в точке полоидального потока, равного 95% от величины потока на сепаратрисе. Обе величины,  $f_s$  и  $f_q$ , близки к единице, если брать результаты существующих установок. С точностью до фактора  $f_s^{\alpha_s} \cdot f_q^{\alpha_q}$  где  $|\alpha_s| < 0,7$ ;  $|\alpha_q| < 0,15$ , многие скейлинги совпадают и могут быть суммированы в виде скейлинга ИТЭР-89:

$$\tau_E^{\text{ИТЭР89-Р}} = 0,048 I^{0,85} R^{1,2} a^{0,3} K_x^{-0,5} n^{0,1} B^{0,2} A_i^{0,5} P^{-0,5}. \quad (149)$$

Кроме степенных спектров, результаты экспериментов могут быть описаны линейно продолженным скейлингом. Это значит, что энергосодержание плазмы можно представить в виде:

$$W = W_{\text{OH}} + \tau_{\text{inc}}(P - P_{\text{OH}}). \quad (150)$$

Здесь  $W_{\text{OH}}$  — энергосодержание плазмы при омическом нагреве,  $P_{\text{OH}}$  — мощность омического нагрева до введения дополнительной мощности нагрева,  $\tau_{\text{inc}}$  — так называемое инкрементальное время, для которого и существуют экспериментальные скейлинги.

### 8.5. Теплопроводность, диффузия, вязкость

Разумеется, вместо глобальной величины  $\tau_E$  было бы гораздо более приятно иметь дело с температуропроводностями ионов  $\chi_i$  и электронов  $\chi_e$ , а также с другими кинетическими коэффициентами: диффузии и вязкости. К сожалению, экспериментальная информация по этим коэффициентам не столь обширна, как по отношению к  $\tau_E$ , да и разброс экспериментальных данных гораздо больше. Что же касается теории, то она еще не достигла такого уровня, чтобы достаточно точно вычислять кинетические коэффициенты на основе турбулентных процессов в плазме. Тем не менее, определенные заключения можно сделать и на базе существующих знаний.

Прежде всего, эксперимент показывает, что в основном ядре плазмы, т. е. вне зоны, где существуют пилообразные колебания, утечка энергии определяется теплопереносом. Конвенционный вклад от диффузионного потока оказывается меньшим. Полные тепловые потоки для электронов и ионов принято определять следующим образом:

$$\Gamma_{e,i} = -n_{e,i}\chi_{e,i}\frac{\partial T_{e,i}}{\partial r}. \quad (151)$$

Таким образом, роль коэффициентов теплопроводности играют величины  $n_{e,i}\chi_{e,i}$ . Другими словами, существует некоторое расхождение с обычно принятым определением для коэффициентов теплопроводности в других разделах физики  $\kappa = C\chi$ , где  $C$  — теплоемкость. Поскольку тепловая энергия плазмы равна  $3(n_e T_e + n_i T_i)/2$ , то по стандартным канонам под коэффициентами теплопроводности следовало бы понимать величины  $3n_{e,i}\chi_{e,i}/2$ , но в плазме пользуются соотношениями (151).

Коэффициенты температуропроводности удобнее для сравнения с теоретическими выражениями, а кроме того, их легче сопоставлять со скейлингами для  $\tau_E$ . Очень грубо можно считать, что

$$\tau_E \approx (4\chi)^{-1}a^2, \quad (152)$$

где  $\chi$  — полусумма теплопроводностей  $\chi_e$  и  $\chi_i$ .



Эксперименты показывают, что ионная, а еще в большей степени электронная температуропроводности заметно возрастают при увеличении малого радиуса  $r$ . Совсем грубо можно сказать, что плазма удерживается внутри магнитной поверхности с  $q \approx 2$ , а за ее пределами удержание гораздо хуже. Наиболее сильно коэффициенты температуропроводности нарастают на периферии плазмы (за исключением  $H$ -моды).

Ионная температуропроводность иногда опускается до неоклассического значения Чанга—Хинтона,  $\chi_{сн}$ . Но чаще всего она поднимается выше — в три, а иногда и большее число раз по сравнению с  $\chi_{сн}$ .

Электронная теплопроводность практически всегда аномальна и превышает неоклассические значения почти на два порядка. Лишь в высокотемпературном тепловом барьере на краю плазмы в  $H$ -режиме удержания она может опускаться почти до неоклассики.

Для общей ориентировки в масштабах величин  $\chi_e$  и  $\chi_i$  нужно иметь в виду, что экспериментальные их значения имеют порядок величины одного м<sup>2</sup>/с, отклоняясь в несколько раз в ту или другую сторону. Так, например, существует очень грубый скейлинг Интора, предполагающий, что

$$\chi_e \approx 0,5/n. \quad (153)$$

Здесь  $\chi_e$  изменяется в м<sup>2</sup>/с, а локальная плотность в 10<sup>20</sup> м<sup>-2</sup>. Аппроксимация (153) соответствует допущению о постоянной по сечению электронной теплопроводности  $n\chi_e$ . На самом деле теплопроводность электронов достаточно быстро нарастает к периферии. Но даже грубое моделирование с соотношением (153) иногда дает приемлемые результаты. Чтобы согласовать (153) с неоклассическим скейлингом, можно было бы добавить в это соотношение дополнительный множитель, содержащий произведение  $r/qR^2$ , но большого физического смысла в этом не видно.

Гораздо большим физическим содержанием обладает эмпирическая величина  $\chi_e$ , построенная по экспериментальным данным на установке Т-11 В. Г. Мережкиным и В. С. Муховатовым:

$$\chi_{мм} \approx \frac{e^{7/4}}{qRnr_0} \sqrt{\frac{2T_e}{A_i m_e}}. \quad (154)$$

Это выражение представлено здесь в единицах CGSE,  $\epsilon = r/R$ ,  $r_0 = e^2/m_e c^2$  — классический радиус электрона,  $T_e$  — электронная температура,  $A_i$  — атомный вес.

Соотношение (154) было найдено чисто эмпирически, но оно согласуется с идеей Т. Окавы, который обратил внимание на то, что эксперименты на токамаках коррелируют с допущением, что

$$\chi_e \sim \frac{c^2}{\omega_{pe}^2} \frac{v_e}{qR},$$

где  $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n / m_e}$  — ленгмюровская частота,  $v_e = \sqrt{2T_e / m_e}$  — средняя тепловая скорость электронов.

Выражение (154) лучше (153) и по наполненности физическим смыслом, и вследствие более крутого профиля по  $r$  из-за множителя  $\varepsilon^{7/4}$ . Вместе с тем ясно, что и соотношение (154) не может рассматриваться как универсальный эмпирически найденный коэффициент температуропроводности: величина (154) более или менее соответствует неоалкаторному скейлингу, но не описывает другие режимы удержания, в которых утечка по электронному каналу не мала. Таким образом,  $\chi_{\text{мм}}$  это скорее нижний предел аномальной электронной теплопроводности — как бы аналог неоклассической величины  $\chi_{\text{сн}}$  для ионов.

Обратимся теперь к диффузии, которая довольно подробно изучалась во многих экспериментах. Результаты этих экспериментов грубо можно подытожить следующим образом: коэффициенты диффузии для всех компонент плазмы примерно одинаковы и составляют величину

$$D \cong \frac{1}{4} \chi_e. \quad (155)$$

Впрочем, множитель перед  $\chi_e$  может несколько меняться от 1/5 до 1/3.

Что касается вязкости, то она может относиться к дифференциальному вращению как по большому азимуту  $\varphi$ , так и по малому азимуту  $\theta$ .

Однако вращения плазмы токамака по малому азимуту практически не бывает: при таком вращении в силу изменения большого радиуса  $R$  объемчик плазмы должен был бы периодически то сжиматься, то расширяться. Ион-ионные столкновения препятствуют этому и довольно быстро гасят вращения по  $\theta$ .

Таким образом, может существовать только вращение по  $\varphi$ . Такое вращение возникает, например, при некомпенсированной инжекции быстрых нейтралов. Вращение плазмы нежелательно: если плазма «убегает» от пучка нейтралов из инжектора, то уменьшается скорость пучка по отношению к плазме, а стало быть, и мощность, вводимая в плазму.

Затухание вращения из-за вязкости можно характеризовать глобальным временем  $\tau_\varphi$  затухания вращательного момента, в точной аналогии с  $\tau_E$  величину  $\tau_\varphi$  можно назвать временем удержания вращательного момента. Эксперименты показывают, что за редким исключением

$$\tau_\varphi \cong \tau_E. \quad (156)$$

Этот факт явно противоречит неоклассической теории. В неоклассике при малой скорости вращения по сравнению со скоростью звука  $\tau_\varphi \gg \tau_E$ , поскольку момент переносится только пролетными ионами и эффект усиления  $v_{\text{эф}}$  за счет частиц, близких к запирианию, оказывается несущественным. Если скорость вра-

щения велика, то неоклассическое значения  $\tau_{\phi}$  становится существенно меньшим и приближается к  $\tau_{\kappa}$ . Однако прямое сравнение соответствующего неоклассического значения  $\tau_{\phi}$  с экспериментами по TFTR [100] не показали удовлетворительного согласия.

Итак, если резюмировать состояние исследований транспортных процессов токамака, то можно сказать следующее. Комплекс всех поперечных транспортных процессов (т. е. теплопроводности, диффузии, вязкости) показывает, что они определяются коллективными, турбулентными процессами. Только в очень спокойных условиях они могут опуститься до неоклассических значений.

## 9. САМООРГАНИЗАЦИЯ ПЛАЗМЫ

Плазма токамака — это поразительный физический объект, созданный искусственно в лабораторных условиях. Впечатляют сами параметры плазмы — температура в сотни миллионов градусов, т. е. на порядок выше, чем в центре Солнца, токи в несколько миллионов ампер при напряжении обхода менее одного вольта и это при плотности частиц, на пять порядков меньше атмосферной. Но самым удивительным является длительное существование водородной плазмы, заполняющей практически весь объем камеры и при этом остающейся достаточно чистой от примесей. Более того, несмотря на относительную «хрупкость» по отношению к сильным возмущениям, плазма достаточно легко приспосабливается к «мелким невзгодам жизни», т. е. к сравнительно небольшим изменениям внешних условий. Более детальное изучение этих свойств обнаружило существование различных механизмов самоорганизации, способствующих «сохранению жизни» плазмы и притом на уровне, близком к оптимальному.

### 9.1. Согласованность профилей

Эффектов самоорганизации плазмы в токамаке много — по сути дела все нелинейные процессы относятся к этому кругу явлений. Поэтому мы начнем их обсуждение с эффекта, совершенно очевидного при первом же знакомстве с плазмой токамака, но, вместе с тем, далеко не сразу признанного как одной из сущностей плазмы. Речь идет о «согласованности профиля». Этот термин был введен Б. Коппи [22], обратившим внимание на то, что профили электронной температуры как функции малого радиуса  $T_e(r)$  удивительным образом похожи друг на друга в самых разнообразных установках.

Невнимательному человеку этот факт мог бы показаться вполне естественным и не требующим умственного напряжения для дополнительного анализа. В самом деле, температура плаз-

мы, нагреваемая теплом джоулева нагрева, довольно очевидно должна быть максимальна в центре и спадать до очень низких значений на стенках.

Более того, интенсивное охлаждение плазмы атомными процессами на периферии приводит к колоколообразному профилю (рис. 37), и это обстоятельство уже само по себе придает профилю  $T_e(r)$  видимость универсальности. Однако не следует делать поспешных выводов.

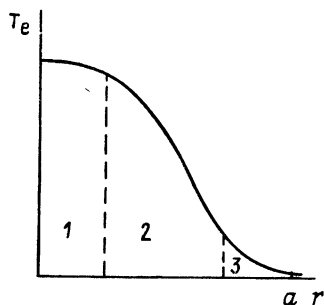


Рис. 37. Три области переносов:

1 — активность внутренней моды; 2 — область оптимального удержания, 3 — активность периферийной плазмы

Рассмотрим более подробно сечение плазменного шнура. Как показано на рис. 37, можно различать три зоны, в которых доминирующую роль в транспортных процессах играют, соответственно: 1 — пилообразные колебания; 2 — теплопроводность; 3 — атомные процессы. Именно в зоне 2 и осуществляется магнитное удержание плазмы. Величина зоны 1 зависит от значения  $q$  на границе плазменного шнура, т. е.  $q_a$ . Если  $q_a$  уменьшать, то радиус инверсии пилообразных колебаний  $r_s$  возрастает, и соответственно возрастает вклад «пил» в суммарный теплоперенос. Однако и при больших  $q_a$  в крупных и средних токамаках зона пилообразных колебаний полностью не пропадает:  $q(0)$  снижается до величины слегка ниже единицы. Таким образом, плазменный шнур как бы «опирается» на определенную плотность тока в центре, такую, что  $q(0) \cong 1$ . При увеличении полного тока токовый канал просто расширяется. Один этот факт уже заметным образом влияет на «согласование профилей».

В самом деле, если взять некоторую точку  $r=a_*$ , где  $q=2$ , т. е.  $q(r)$  стало уже заметно возрастать с  $r$ , то можно сделать естественное допущение, что значительная доля тока протекает внутри этого радиуса. Но тогда величина  $a_*^2$  должна быть пропорциональна полному току. Введем теперь в рассмотрение безразмерный радиус  $\rho=r/a_*$ , где величина  $a_*$  определена следующим образом:

$$a_*^2 = RI/5B_T. \quad (157)$$

Другими словами,  $a_*$  — это максимальный радиус, внутри которого можно было бы пропускать весь ток с однородной плотностью тока и значением  $q=1$  внутри токового канала.

В токамаке в стационарной фазе разряда плотность тока  $j$  пропорциональна  $T_e^{3/2}$ , поскольку она равна  $j=\sigma E$ , а электропроводность  $\sigma \sim T_e^{3/2}$ . Таким образом, если устанавливаются профили  $j$  и  $T_e$ , такие, что они спадают за пределами  $r=a_*$ , то могут существовать подобные профили, зависящие только от  $\rho=r/a_*$ . Другими словами, это как бы автомодельные профили, являющиеся функциями от  $q$ , а не напрямую от  $r$ .

Автомодельные профили лучше отвечает представлению о «согласованности профилей», но они не являются вполне доказательными: так как  $q(0)$  ограничено величиной, примерно равной единице, на границе плазмы стараются иметь не очень большие  $q_a$ . Уже одно это обстоятельство вместе с колоколообразностью делает профили похожими.

Более четко эффект согласованности профилей был продемонстрирован прямыми экспериментами на установке Т-10 [101]. Токамак Т-10 снабжен достаточно мощным гиротронным комплексом, позволяющим вводить мощность  $\sim 2$  МВт на электронно-циклотронном резонансе, т. е. на заранее выбранном радиусе  $R$ .

На рис. 38 показана зависимость эффективности ЭЦР-нагрева в зависимости от точки ввода мощности: фактически это приращение энергосодержания плазмы при ЭЦР-нагреве с резонансом в точке  $R$ . Как видно, в определенном интервале  $R$  величина  $\Delta W$  не зависит от точки ввода энергии, а за его пределами эффективность быстро падает, хотя до границы плазменного шнура,  $a=32$  см, еще очень далеко. Как показали экс-

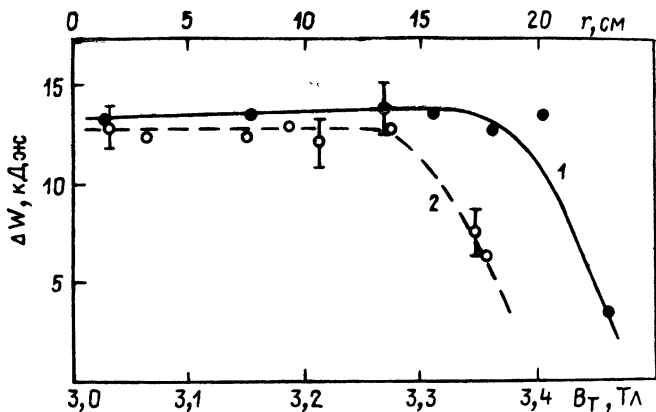


Рис. 38. Прирост энергосодержания плазмы при ЭЦР-нагреве в зависимости от положения резонанса ( $n_e=3 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ ,  $P_{HF}=820 \text{ кВт}$ ): 1) ток  $I=270 \text{ кА}$ ; 2)  $I=170 \text{ кА}$

перименты, профиль электронной температуры оставался постоянным при вариации точки резонанса внутри области эффективного нагрева. Еще более жестко сохранялся профиль давления. Жесткость сохранения профиля повышалась при увеличении параметра  $n/l$ , так что можно было говорить о приближении к некоторому оптимальному профилю [101, 102].

## 9.2. Оптимальные профили

Понять физическую причину явления «согласованности профиля» можно, опираясь на представления о возможности развития тиринг-мод: при профилях, не оптимальных с точки зрения тиринг-мод, может возникнуть влияние глобального состояния плазмы на ее локальные характеристики.

Однако рассуждения в рамках линейной теории устойчивости, хотя и полезны, но не позволяют получить достаточно простой картины для глобального состояния плазмы. Более предпочтительным представляется использование некоторого энергетического принципа. Такой подход был развит Дж. Б. Тейлором для описания релаксированного состояния плазмы в пинче с обращенным полем [103]. В его основе лежит представление о возможности полного пере замыкания силовых линий магнитного поля. В токамаке полное пере замыкание может происходить лишь в зоне пилообразных колебаний в спокойной фазе либо в момент бурного процесса большого срыва. Поэтому для токамака требуется специфическая аргументация.

Релаксированное состояние можно искать как минимум энергии при соответствующих дополнительных условиях. Вариационный энергетический принцип, пригодный для этой цели, был предложен практически одновременно в трех работах: Дж. Ху и М. Чу [104], Д. Бискамп [105] и Б. Б. Кадомцева [106]. Формально он сводится к отысканию экстремума энергии полоидального магнитного поля и плазмы

$$\mathcal{E} = \int \left\{ \frac{B_{\theta}^2}{8\pi} + \frac{p}{\gamma-1} \right\} 2\pi r dr \quad (158)$$

при дополнительном условии

$$I = \int 2\pi r j dr = \text{const} \quad (159)$$

и в предположении, что давление плазмы  $p$  и плотность тока  $j$  считаются функциями  $q$  или  $\mu = 1/q$ .

Поясним сначала, что это означает. Так как энергия тороидального магнитного поля сохраняется, то (158) представляет собой полную энергию внутри плазменного шнура. Без дополнительных связей эта энергия стремилась бы к абсолютному минимуму, т. е. к нулю. Однако в плазме токамака это невозможно в силу вмороженности магнитного поля в хорошо проводящую плазму.

В пинче с обращенным полем в качестве связи выступает «спиральность», определяемая соотношением

$$K = \int \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} 2\pi r dr, \quad (160)$$

где  $\mathbf{B}$  — вектор магнитного поля,  $\mathbf{A}$  — вектор-потенциал магнитного поля. Именно  $K$  сохраняется при локальных перезамыканиях силовых линий.

В токамаке глобальное перезамыкание линий происходит только при срыве тока. В спокойной же фазе его нет, но могут развиваться небольшие локальные зоны перезамыканий. Типичным примером служат пилообразные колебания вблизи оси плазменного шнура — это периодически повторяется процесс перезамыканий. Более тонкие исследования показали, что «мелкие пилки» существуют вблизи рациональных точек  $q = m/n$  с небольшими номерами  $m, n$ . Это тоже регулярно повторяющиеся перезамыкания, но меньшего масштаба.

Чтобы узнать, выгодны ли перезамыкания энергетически, можно сравнить между собой два состояния: до перезамыканий и после перезамыканий. Если энергия конечного состояния окажется меньше, то перезамыкания могут развиваться даже при наличии промежуточного потенциального барьера в виде магнитной энергии винтовых мод. Именно в силу этого барьера в пилообразных колебаниях сначала спокойно набирается запас энергии, чтобы быть затем сброшенным в зубе пилы.

Допустим, что вблизи некоторой рациональной точки в результате нелинейного развития тиринг-моды образовался кольцевой слой со стохастическим магнитным полем перезамкнувшихся силовых линий. В этом слое у плазмы имеется возможность выравнять давление вдоль силовых линий, так что в среднем по радиусу образуется локальное плато, как показано на рис. 39в. Поскольку градиент давления отсутствует, то образуется бессиловое магнитное поле, т. е. ток  $\mathbf{j}$  течет вдоль силовых линий:

$$\mathbf{j} = \alpha \mathbf{B}. \quad (161)$$

Можно считать, что весь стохастизированный слой заполнен единственной силовой линией. Это приводит к двум эффектам: во-первых, у величины  $\mu$  (или  $q = 1/\mu$ ) также образуется плато из-за усреднения угла вращательного преобразования, а, во-вторых, образуется плато на плотности тока  $\mathbf{j}$ . Второе утверждение связано с тем, что из соотношения (161) и  $\text{div } \mathbf{j} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{B} = 0$  следует, что  $\mathbf{B} \nabla \alpha = 0$ , т. е. величина  $\alpha$  постоянна внутри области стохастичности. Но в токамаке, где  $\mathbf{B}_T \gg \mathbf{B}_\perp$ , это означает однородность продольного тока в слое стохастичности. Итак, при образовании стохастического слоя на профилях  $p(r)$ ,  $\mu(r)$  и  $j(r)$  образуется плато, как показано на рис. 39. Чтобы узнать, как при этом изменяется энергия при дополнительном условии  $I = \text{const}$ , следует вычислить вариацию функционала

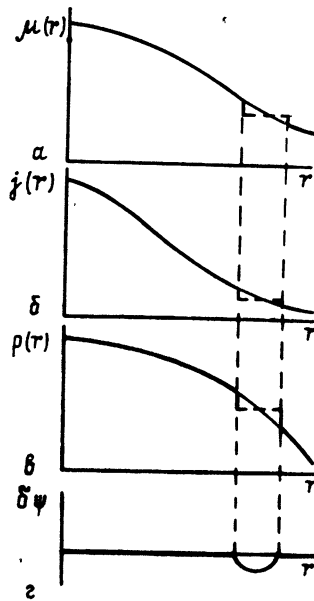


Рис. 39. Образование локального плато на профилях  $\mu=1/q$ ,  $j$ ,  $\rho$  при вариации  $\delta\psi$  с  $m=0$ ,  $n=0$

$F = \mathcal{E} + \lambda I$ , где  $\lambda$  — множитель Лагранжа. Как видно, величина  $F$  играет роль свободной энергии, имеющей возможность освобождаться при образовании стохастического слоя. При переходе от начального распределения к состоянию плато, как нетрудно видеть из рис. 39, имеют место соотношения:  $\delta\rho/\delta\mu = \rho'/\mu'$ ,  $\delta j/\delta\mu = j'/\mu'$ , где штрихи означают производную по  $r$ . Другими словами, в рассматриваемых нами вариациях можно считать  $\rho = \rho(\mu)$ ,  $j = j(\mu)$ .

Следует подчеркнуть, что конечное состояние мы рассматриваем как стохастизированное, поэтому, формально сохраняя цилиндрическую симметрию (т. е.  $m=n=0$  в вариациях), мы фактически подразумеваем переход типа локального срыва. По этой причине плотность тока  $j$  следует считать не связанной с  $B_\theta$  обычным соотношением при осевой симметрии:

$$j = \frac{c}{4\pi} \frac{d(rB_\theta)}{rdr}.$$

Именно плотность тока является чувствительной к стохастизации поля, и если бы мы заменили  $j$  через  $B_\theta$ , то при сохранении поля  $B_\theta$  за пределами стохастического слоя полный ток  $I$  автоматически бы сохранялся, и соответствующий член выпал бы из вариации свободной энергии.



Поскольку

$$\mu = \frac{RB_0}{rB_T} = \frac{Rd\psi}{rB_T dr}, \quad (162)$$

а поток  $\psi$  за пределами стохастического слоя сохраняется, то функционал  $F = \mathcal{E} + \lambda I$  можно варьировать по  $\psi$  в предположении, что  $p = p(\mu)$ ,  $j = j(\mu)$ .

Считая, что  $\delta\psi$  является локализованной вблизи рациональной точки (см. рис. 39г), получим после варьирования и интегрирования по частям:

$$\delta F = - \int Q \delta\psi dr, \quad (163)$$

где

$$Q = \frac{R}{4B_T} \frac{d}{dr} \left\{ \frac{B_T^2}{R^2} r^2 \mu + \frac{4\pi}{\gamma-1} \frac{dp}{d\mu} + 4\pi\lambda \frac{dj}{d\mu} \right\}. \quad (164)$$

Если приравнять  $Q=0$ , то получим безразличное состояние равновесия по отношению к образованию стохастических слоев. А так как согласно рис. 39г для рассматриваемого нами процесса  $\delta\psi < 0$ , то выигрышу свободной энергии  $\delta F < 0$ , т. е. возможности понижения энергии при образовании стохастического слоя, соответствует  $Q < 0$ , т. е. более быстрый спад  $p$  и  $j$  по радиусу по сравнению с релаксированным безразличным состоянием.

Чтобы найти профили релаксированного состояния, выберем простейшие зависимости  $p$  и  $j$  от  $\mu$ :

$$p = p_0 \mu^2, \quad j = j_0 \mu^2. \quad (165)$$

Величину  $\mu$  естественно считать равной единице при  $r=0$ , так как пилообразные колебания входят в класс рассматриваемых нами процессов релаксации. Поэтому  $p_0$ ,  $j_0$  представляет собой значения соответствующих величин в центре плазменного шнура.

После подстановки этих выражений в соотношение  $Q=0$  получим:

$$\mu = (1+\rho^2)^{-1}; \quad p = p_0(1+\rho^2)^{-2}; \quad j = j_0(1+\rho^2)^{-2}, \quad (166)$$

где

$$\rho = r/a_*, \quad a_*^2 = RI/5B_T, \quad j_0 = 5B_T/\pi R.$$

Профиль (166) для плотности тока оказывается согласованным с соотношением  $j/j_0 = \frac{1}{2r} \frac{d}{dr} (r^2 \mu)$ , следующим из связи  $j$  с  $B_\theta$ . Поэтому выбор (165) является единственно разумным.

Сравнение с экспериментами [106] показывает, что профиль  $p = p_0(1+\rho^2)^{-2}$  достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными, как это показано на рис. 40. Впрочем, из рис. 40 следует, что экспериментальные профили круче оптимального на периферии плазмы.

На рис. 40 отсутствует профиль JET, сильно отличающийся от оптимального из-за очень большого размера зоны пилообразных колебаний. Е. Лазаро с соавторами [107] рассмотрел релаксационную модель в предположении широкой зоны пилообразных колебаний. Внутри этой зоны релаксация на свободных перезамыканиях устанавливает профиль  $\mu=1$ , а вне зоны  $r>r_c$  вариационный принцип опять согласуется с профилями вида (165), где  $\mu$  опять ведет себя как  $(a_0^2+r^2)^{-1}$ , где  $a_0^2$  не определенная пока константа.

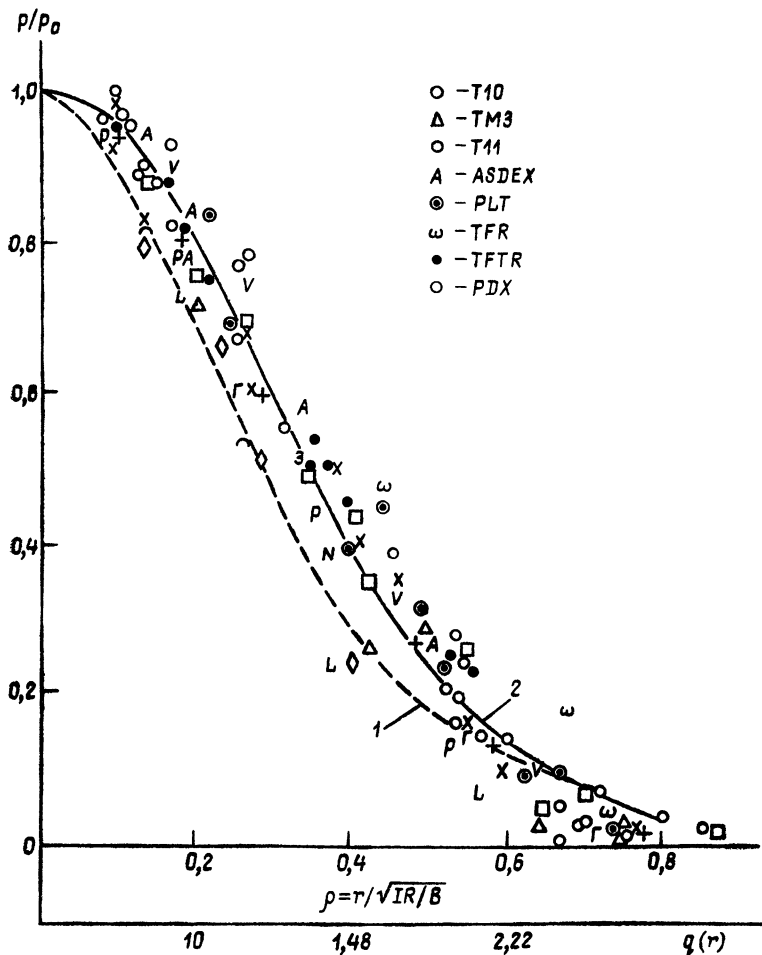


Рис. 40. Профили распределения давления плазмы по радиусу:  
 1)  $p=p_0(1+\rho^2)^{-2}$ ; 2)  $p=p_0(1+\rho^2)^{-6}$

Таким образом, для JET естественно принять

$$\mu = \begin{cases} 1 & \text{при } r < r_s, \\ \frac{a_0^2 + r_s^2}{a_0^2 + r^2} & \text{при } r_s < r < a. \end{cases} \quad (167)$$

На краю плазмы  $\mu_a = q_a^{-1} = RI/5B_T a^2 = a_*^2/a^2$ , т. е. величина, заданная выше. Поэтому согласно (167) существует связь между  $a_0^2$  и  $r_s^2$ :

$$\mu_a (a_0^2 + a^2) = a_0^2 + r_s^2. \quad (168)$$

При  $r_s = 0$  имеем  $a_0^2 = a_*^2 (1 - \mu_a)^{-1}$ , а при  $a_0 \rightarrow 0$  находим максимально возможное значение  $r_s^2 = \mu_a a^2 = a_*^2$ . Из соотношения (167) и связи  $j$  с  $B_\theta$  следует, что

$$j = j_0 \begin{cases} 1 & \text{при } r < r_s, \\ \frac{a_0^2}{a_0^2 + r_s^2} \mu^2 & \text{при } r_s < r < a, \end{cases} \quad (169)$$

где  $j_0 = 5B_T/\pi R$ .

Для полученных профилей (167), (169) можно подсчитать величину свободной энергии  $F = \mathcal{E} + \lambda I$ , исключая множитель Лагранжа с помощью соотношения  $Q = 0$ , где  $Q$  дается выражением (166). Оказывается, что  $F$  имеет максимум при значении  $r_s = 0$  и достигает минимума при значении  $r_s$ , несколько меньшем, чем  $a$ . Таким образом, профиль JET соответствует скорее всего этому минимуму  $F$ , а профиль ASDEX соответствует релаксированному состоянию с  $r_s \rightarrow 0$ .

### 9.3. Спонтанное нарушение симметрии

Теперь мы рассмотрим еще один процесс самоорганизации, являющийся наиболее существенным для понимания физики токамака. А именно, покажем, что в высокотемпературной плазме токамака происходит разрушение симметричной картины вложенных друг в друга магнитных поверхностей [108—111]. Разрушение создается, в основном, электронами, но с участием ионной компоненты. В результате происходит нарушение симметрии, сходное по своей природе с другими физическими явлениями спонтанного нарушения симметрии: ферромагнетизмом, сверхпроводниками II рода и т. д. Но есть и существенное отличие — в плазме токамака разрушение симметрии происходит не по причинам термодинамической релаксации в энергетически более низкое состояние, а благодаря очень сильной неравновесности плазмы. Сначала мы рассмотрим, как выглядит несимметричное состояние, а затем выясним, как оно поддерживается в стационарном равновесии.

Более конкретно рассмотрим возможность существования островной структуры магнитного поля на масштабах, значительно меньших ларморовского радиуса ионов, но больших лармо-

ровского радиуса электронов. Рассмотрим сначала винтовое возмущение магнитных поверхностей в прямом цилиндре. Выберем опять цилиндрическую систему координат  $r, \theta, z=R\varphi$  и наложим малое возмущение, зависящее от переменных  $r, m\theta - n\varphi, t$ . Для описания таких возмущений можно воспользоваться редуцированными уравнениями двухжидкостной магнитной гидродинамики.

Для этого вводим функцию магнитного потока  $\psi$ :

$$\mathbf{B} = B_T \mathbf{e}_\varphi + [\mathbf{e}_\varphi \nabla \psi], \quad (170)$$

так что

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi' + \frac{\mathbf{e}_\varphi}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (171)$$

$\varphi'$  — потенциал электрического поля. Электроны можно считать находящимися в равновесии:

$$\frac{1}{n} \nabla (nT) = -\mathbf{E} - \frac{e}{c} [\mathbf{v}_e \mathbf{B}]. \quad (172)$$

Температуру электронов можно считать постоянной вдоль силовых линий магнитного поля:

$$\mathbf{B} \nabla T_e = 0. \quad (173)$$

Если в уравнение равновесия (172) подставить выражение (171) для электрического поля, а затем результат спроектировать на направление магнитного поля, то слагаемое с силой Лоренца пропадет, и тогда получим

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + [\mathbf{e}_\varphi \nabla \lambda] \nabla \psi = B_T \frac{1}{R} \frac{\partial \lambda}{\partial \varphi}, \quad (174)$$

где

$$\lambda = \frac{c}{B_T} \left( \varphi' - \frac{T_e}{c} \ln n \right).$$

Учтем еще уравнение непрерывности для электронов,

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} (n \mathbf{v}_e) = 0.$$

Здесь вместо продольной компоненты  $v_{e\varphi}$  можно подставить

$$n v_{e\varphi} = -j/e = -\frac{c}{4\pi e} \Delta_\perp \psi, \quad (175)$$

где  $j$  — плотность продольного тока. Поперечную составляющую электронной скорости можно найти из уравнения равновесия (172), после чего для уравнения непрерывности получим

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{c}{B_T} [\mathbf{e}_\varphi \nabla \varphi'] \nabla n = \frac{c}{4\pi e B_T} (\mathbf{B} \nabla) \Delta_\perp \psi. \quad (176)$$

Если ограничиться масштабами, значительно меньшими среднего ларморовского радиуса ионов, то ионы можно считать рас-

предельными по Больцману. Соответственно для плотности ионов и равной ей плотности электронов можно принять следующее выражение:

$$n = n_0(1 - \kappa x - e\varphi'/T_i), \quad (177)$$

где  $\kappa = -(dn_0/dx)(1/n_0)$ ,  $T_i$  — температура ионов,  $x = r - r_s$  — расстояние от рациональной поверхности (где  $q(r_s) = m/n$ ). Если это выражение для плотности подставить в уравнения (174), (176), то получим замкнутую систему для функций  $\psi$  и  $\Phi = e\varphi'/T_e$ :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + v^* \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{1 + \tau}{\tau} D_B (\mathbf{B} \nabla) \Phi, \quad (178)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} - v^* \tau \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = -L (\mathbf{B} \nabla) \Delta_{\perp} \psi. \quad (179)$$

Здесь введены обозначения

$$v^* = \frac{cT_e}{eB_T} \kappa; \quad D_B = \frac{cT_e}{eB_T}; \quad \tau = T_i/T_e, \quad L = c\tau/4\pi en_0 B_T.$$

Если уравнение (178) умножить на  $\Delta_{\perp} \psi$ , а (179) — на  $(1 + \tau) D_B \Phi / \tau L$ , то после их сложения и интегрирования по частям получим интеграл энергии:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\Phi} + \mathcal{E}_{\psi} = \int \left\{ \frac{1}{8\pi} (\nabla_{\perp} \psi)^2 + \frac{1 + \tau}{2\tau^2} p_0 \Phi^2 \right\} 2\pi r dr, \quad (180)$$

где  $p_0 = n_0(T_e + T_i)$ ,  $\Phi = \tau e\varphi'/T_i = \tilde{n}/n_0$ ,  $\tilde{n}$  — возмущение плотности. Как мы видим, энергия  $\mathcal{E}$  складывается из магнитной энергии  $\mathcal{E}_{\psi}$  поперечного поля  $B$  и энергии  $\mathcal{E}_{\Phi}$  газодинамического сжатия плазмы. С помощью соотношения (178) можно оценить величину  $\Phi \sim \tau \kappa k\psi/k_{\parallel} B$  и далее найти связь между  $\mathcal{E}_{\psi}$  и  $\mathcal{E}_{\Phi}$ :  $\mathcal{E}_{\psi} \cong \mathcal{E}_{\Phi} k\omega/\beta_0$ . Как мы видим, при малых  $k\omega$  энергия сосредоточена, в основном, в электростатической части.

Рассмотрим теперь стационарную винтовую структуру, когда зависимость от текущих переменных имеет вид  $f(\theta - n\varphi/m - uv.t)$ , где  $u$  — безразмерная фазовая скорость. Нас интересуют так называемые мягкие моды, когда  $\mathbf{B} \nabla f = (mB_0/r - nB_T/R) f$  близко к нулю, т. е.  $q = B_T r / B_0 R$  близко к  $m/n$ . Обозначим опять через  $r_s$  рациональную поверхность, где  $q(r_s) = m/n$ , и используем обозначение  $x = r - r_s$ . Введем в рассмотрение вспомогательное поле  $\mathbf{B}^*$ ,  $\theta$ -компонента которого равна

$$B_{\theta}^* = B_0 - nB_T r / mR \cong -B_0 S x / r,$$

где  $S$  — так называемый шир,

$$S = \frac{rdq}{qd r}. \quad (181)$$

Наряду с полем  $\mathbf{B}^*$  можно ввести в рассмотрение функцию потока  $\psi^*$  с помощью соотношения  $\mathbf{B}^* = [e_{\varphi} \nabla \psi^*]$ . Равновесное зна-

чение функции потока  $\psi^*$  вблизи рациональной поверхности приближенно равно:

$$\psi^* = -\frac{B_\theta S}{2 r_s} x^2. \quad (182)$$

Нетрудно проверить, что уравнения (178), (179) полностью сохраняют свой вид, если под  $B$  понимать  $B^*$ , под  $\psi$ — $\psi^*$ , а производные по  $z$  считать отсутствующими. Уравнения (178), (179) удобно привести к безразмерному виду, вводя новые переменные:

$$\psi_\alpha = \frac{r_s}{B_\theta S} \psi^*; \quad \varphi_\alpha = \frac{1+\tau}{\kappa\tau} \varphi. \quad (183)$$

Опуская для простоты индекс  $\alpha$  у функций  $\psi_\alpha$ ,  $\varphi_\alpha$ , запишем основные уравнения (178), (179) в виде:

$$[\nabla\varphi\nabla\psi] = (u-1) \frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad (184)$$

$$-[\nabla(\Delta\psi), \nabla\psi] = (u+\tau) \gamma \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad (185)$$

где константа

$$\gamma = \frac{4\pi n T_e}{(1+\tau) B_\theta^2} \left( \frac{\kappa r_s}{S} \right)^2,$$

а переменная  $y = r(\theta - n\varphi/m - uv_*t)$ . Равновесная функция потока в этих обозначениях равна  $\psi_0 = -x^2/2$ .

Уравнение (184) для  $\varphi$  легко решается в общем виде:

$$\varphi = (u-1)x + P(\psi), \quad (186)$$

где  $P(\psi)$  — произвольная функция.

Далее, с помощью (185) находим:

$$\Delta\psi = -\gamma(u+\tau)x \frac{dP}{d\psi} + F(\psi), \quad (187)$$

где  $F$  — произвольная функция от  $\psi$ .

Будем искать решения этих уравнений в виде периодической цепочки островов. Для этого положим

$$\psi = \psi_0 + \tilde{\psi} = -x^2/2 + \alpha \cos(ky), \quad (188)$$

где  $\alpha$  — амплитуда возмущения, а параметр  $k$  представляет собой волновое число, равное  $k = m/r_s$ . Амплитуда  $\alpha$  сама бы могла зависеть от  $y$ , но приближенно можно отбросить высшие гармоники по  $y$ , т. е. считать, что амплитуда  $\alpha$  не зависит от  $y$ , а является функцией только  $x$ . Условимся также считать  $\alpha(x)$  приближенно равной ее максимальному значению  $\alpha = \alpha(x=0)$  внутри магнитных островов. Линии  $\psi = \text{const}$ , включая островную структуру, изображены на рис. 13, 41. Эти линии представляют собой поперечное сечение новых магнитных поверхностей

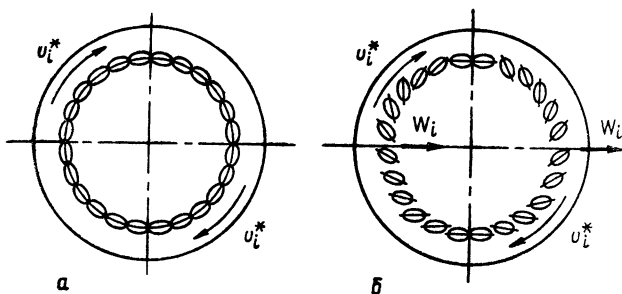


Рис. 41. Магнитно-островная структура в цилиндрическом (а) и тороидально-искривленном (б) плазменном шуре

при винтовой симметрии. Поскольку электроны и ионы распределены по Больцману, то мы имеем как бы расширенный класс равновесий по сравнению с простыми цилиндрическими равновесиями.

Из соотношения (188) видно, что магнитные острова образуются в точках  $ky = 2\pi l$ , где  $l$  — целое число, включая  $l=0$ . Значение  $\psi = \psi_s$  на сепаратрисе, отделяющей острова от тороидальных магнитных поверхностей, можно найти по величине  $\psi$  при  $x=0$ ,  $y=\pi$ :

$$\psi_s = -\alpha_0. \quad (189)$$

Соответственно, полуширину магнитного острова  $w$  можно определить, полагая в (188)  $\psi = \psi_s$ ,  $y=0$ ,  $x=w$ :

$$w = 2\sqrt{\alpha_0}. \quad (190)$$

Таким образом, ширина острова возрастает с амплитудой возмущения как корень квадратный из амплитуды.

Нам нужно сконструировать решение, хотя бы приближенное, нелинейного уравнения (187) при учете соотношения (186). Чтобы подступиться к этой задаче, естественно сначала рассмотреть область вдали от островов, где можно пользоваться линейным приближением. Линеаризовать удобнее уравнения (184), (185), считая  $\tilde{\psi}$  и  $\tilde{\varphi} = \tilde{\varphi}$  малыми величинами, периодически зависящими от  $y$ . Пренебрегая квадратичными членами, получим:

$$x\tilde{\varphi} = (u-1)\tilde{\psi}. \quad (191)$$

$$\Delta\tilde{\psi} = -\frac{(u+\tau)}{x}\tilde{\varphi} = -\frac{\Gamma}{x^2}\tilde{\psi}, \quad (192)$$

где  $\Gamma = \gamma(u-1)(u+\tau)$ .

Как мы видим, уравнение (192) имеет вид уравнения Шрёдингера с потенциалом  $U = -\Gamma/x^2$ . Так как  $\Delta\tilde{\psi} = \frac{d^2\tilde{\psi}}{dx^2} - k^2\tilde{\psi}$ , то наша задача сводится к отысканию связанного состояния с энергией  $-k^2$  в потенциальной яме  $U(x)$ , которая за пределами островной структуры ведет себя как  $-\Gamma/x^2$ .

Если  $\Gamma < 1/4$ , то в области малых  $x$  нет решений с узлами, так что можно искать единственное связанное состояние. При больших  $x$   $\Delta\psi \rightarrow 0$ , и приближенное решение имеет вид

$$\tilde{\psi} \cong \alpha_0 e^{-kx} \cos ky. \quad (193)$$

Приближенно можно считать, что уравнение вида (192) справедливо при  $x$ , большем средней полуширины островной структуры, т. е.  $x > \omega/2$ . Если потенциал  $U$  считать равным  $-\Gamma/x^2$  при  $x > \omega/2$ , а при  $x < \omega/2$  воспользоваться тем же линейным уравнением но с  $U=0$ , то при малых  $\Gamma$  можно использовать условие сшивки:

$$\Delta' = -2k = - \int_{-\infty}^{\infty} U dx \cong \frac{4\Gamma}{\omega}, \quad (194)$$

где

$$\Delta' = \frac{1}{\tilde{\psi}} \frac{d\tilde{\psi}}{dx} \Big|_{x>0} - \frac{1}{\tilde{\psi}} \frac{d\tilde{\psi}}{dx} \Big|_{x<0} \equiv -2k$$

есть известная из теории тиринг-мод величина разности логарифмических производных асимптотических решений. Итак, согласно (194), полуширина острова определяется величиной  $\Gamma$ :

$$k\omega \cong 2\Gamma = 2\gamma(u-1)(u+\tau). \quad (195)$$

Если  $\Gamma$  мало, т. е. фазовая скорость  $u$  цепочки островов близка либо к дрейфовой электронной,  $u=1$ , либо к дрейфовой ионной,  $u=-\tau$ , то острова являются узкими с малыми  $k\omega$ .

Более точные соотношения можно получить с помощью приближенного решения нелинейного уравнения (187) с учетом соотношения (186). Обратимся сначала к (186). Вдали от островной структуры  $\varphi$  должно стремиться к нулю, поскольку мы выбрали систему координат, где электрическое поле в равновесии отсутствует. А так как при больших  $x$  функция потока  $\psi$  стремится к  $\psi_0 = -x^2/2$ , то функция  $P(\psi)$  должна быть близка к  $\mp(u-1)\sqrt{-2\psi}$ , где разные знаки перед корнем относятся к областям по разные стороны от сепаратрисы. Таким образом, чтобы корень обращался в нуль на сепаратрисе, функция  $P(\psi)$  должна быть пропорциональна  $\sqrt{2(\psi_s - \psi)}$ , где  $\psi_s$  значение  $\psi$  на сепаратрисе. Отсюда и из соотношения (186) находим:

$$\varphi = x(u-1) \{1 - \sqrt{2(\psi_s - \psi)/x^2}\}. \quad (196)$$

Это выражение относится только к области вне сепаратрисы  $\psi < \psi_s$ . Внутри сепаратрисы условимся считать  $\tilde{\psi} = \alpha_0 \cos ky$ , так что согласно (184) имеем просто

$$\varphi = x(u-1) \text{ при } \psi > \tilde{\psi}_s. \quad (197)$$

Другими словами, корень квадратный в (196) обращается в нуль на сепаратрисе и продолжается как нуль в область внутри



сепаратрисы. Итак, мы знаем  $P(\psi)$ , которое можно подставить в уравнение (187). Внутри сепаратрисы  $P=0$ , так что  $\Delta\psi=F(\psi)$ . В принятом нами приближении  $\alpha=\alpha_0=\text{const}$  внутри сепаратрисы  $\psi=-x^2/2+\alpha_0 \cos ky$ , так что  $\Delta\psi=-1-k^2\alpha_0 \cos ky$ . Так как  $\alpha_0$  имеет порядок величины  $\omega^2$ , то при  $\omega^2 k^2 \ll 1$  вторым слагаемым в выражении для  $\Delta\psi$  можно пренебречь по сравнению с единицей, и положить  $F(\psi) \cong -1$ , т. е. равновесному значению. Снаружи от сепаратрисы,  $\psi < \psi_s$ , можно представить найденное выше выражение для  $P(\psi)$  в уравнение (187), и тогда получим:

$$\Delta\psi = -\Gamma \left[ \frac{x^2}{2(\psi_s - \psi)} \right]^{1/2} + F(\psi). \quad (198)$$

Вдали от острова  $\Delta\psi$  стремится к своему равновесному значению, равному минус единица, так что из (198) следует очень простое выражение для функции  $F$ , а именно  $F(\psi) = -1 + \Gamma$ . Теперь уравнение (198) можно использовать для более точного вычисления условия сшивки (194). Чтобы найти условия сшивки, проинтегрируем правую часть в (198) по  $x$ . Интеграл от корня в правой части вместе с соответствующей добавкой в  $F$  равен  $-\Gamma x_s$ , где  $x_s = 2\sqrt{\alpha_0} |\cos(ky/2)|$  — положение точки сепаратрисы. Чтобы выделить нужные сам слагаемые вида  $\cos ky$ , усредним обе части (198) с весом  $\cos ky$  и проинтегрируем левую часть от нуля до  $x$ , а правую часть — от  $x_s$  до  $x$ . Тем самым мы находим более точное условие сшивки:

$$k\omega = \frac{16}{3\pi} \Gamma = \frac{16}{3\pi} \gamma (u-1)(u+\tau). \quad (199)$$

Это условие близко к условию (195), полученному в простом линейном приближении. Соотношение (199) можно интерпретировать как уравнение для определения величины безразмерной фазовой скорости  $u$ . При малых  $k\omega$   $u$  либо несколько больше 1, либо несколько меньше  $-\tau$ . Другими словами, фазовая скорость либо несколько больше  $v^*$  для волн, бегущих в электронную сторону, либо несколько меньше  $-\tau v^*$  для волн, бегущих в ионную сторону. Величина превышения фазовой скорости над соответствующей дрейфовой скоростью пропорциональна величине  $k\omega$  и обратно пропорциональна  $\gamma$ , т. е. пологоидальному  $\beta_0$ .

При учете диссипации оба типа островных структур начинают эволюционировать во времени. Рассмотрим сначала более простой случай плотной, холодной плазмы, хотя и не имеющий отношения к плазме токамака, но поучительный с точки зрения понимания роли диссипации.

Учтем в правой части уравнения (172) силу трения электронов о ионы, равную  $-m_e v_e v_e$ , где  $v_e$  — средняя частота электронно-ионных столкновений. Соответственно в правой части уравнения (178) для функции потока  $\psi$  появится дополнительное сла-

гаемое  $\Lambda^2 v_e \Delta_{\perp} \psi$ , где

$$\Lambda^2 = c^2 / \omega_{pe}^2 = \frac{c^2 m_e}{4\pi e^2 n}.$$

Если повторить выкладки, приведшие к определению энергии (180), то можно убедиться в том, что  $\mathcal{E}$  не сохраняется, а затухает

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = - \frac{\Lambda^2 v_e}{4\pi} \int (\Delta \tilde{\psi})^2 2\pi r dr = - \eta \int (\tilde{j})^2 2\pi r dr, \quad (200)$$

где  $\eta = m_e v_e / e^2 n$  — резистивность,  $\tilde{j}$  — возмущение плотности тока:  $\tilde{j} = c \Delta \tilde{\psi} / 4\pi$ . Так как  $\Delta \psi \sim \Gamma \psi / x^2$  снаружи от сепаратрисы, то правая часть в (200) пропорциональна  $\Gamma^2 \alpha_0^2 \omega^{-3} \sim \omega^3$ , а энергия — квадрату амплитуды, т. е.  $\sim \omega^4$ . Поэтому соотношение (200) приводит к равномерному убыванию ширины острова:

$$\frac{\partial}{\partial t} (k\omega) = - \text{const } \Lambda^2 k^2 v_e. \quad (201)$$

Таким образом, в плотной плазме магнитные поверхности самозалечиваются: их коротковолновые возмущения затухают во времени.

В плазме токамака этого не происходит: магнитные острова не затухают, а скорее нарастают во времени. Дело в том, что плазма токамака скорее бесстолкновительная, и вместо кулоновских столкновений в игру вступают резонансные эффекты затухания Ландау. Для их описания следует пользоваться кинетическими уравнениями Власова с самосогласованными полями. Соответствующее рассмотрение показывает, что обмен энергией между волной и электронами ослаблен из-за образования «плато» на функции распределения электронов в области их резонанса с волной. У ионов, напротив, функция распределения искажается очень мало из-за того, что поперечный масштаб островной структуры значительно меньше среднего ларморовского радиуса ионов. Поэтому взаимодействие ионов с волной можно попытаться описать в рамках линейного приближения. Линейную раскачку, обусловленную эффектом затухания Ландау на ионах, нетрудно учесть в выражении для плотности (177) дополнительным небольшим слагаемым. Поскольку  $\omega \ll \nu$ , ионы во взаимодействии с волной можно считать немагнитными: они очень мало искажают свою функцию распределения при однократном пересечении островной структуры. Для учета затухания Ландау величину  $1/T_i$  в соотношении (177) следует заменить на  $(1 - i/\pi)(k\nu - \omega)/k\nu_i/T_i$ , где  $\nu$  — средняя токовая скорость, т. е. средняя скорость дрейфа ионов по углу  $\theta$ , включающая в себя ларморовский и магнитный дрейфы. Для волны, бегущей в сторону дрейфа ионов, частота колебаний согласно соотношению (199) приближенно равна  $\omega \cong \omega^* \tau - k\omega/\beta_0$ . Учитывая, что ларморовский дрейф пропорционален градиенту давления и что в усредненный по углу  $\theta$  магнитный дрейф основной вклад вносят запертые частицы, по-

лучаем по порядку величины:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_\Phi}{\partial t} = A \frac{\omega_*^2}{k v_i} \left( \eta_i + \varepsilon^{3/2} - \frac{k\omega}{\beta_0} \right) \mathcal{E}_\Phi, \quad (202)$$

где  $A$  — численный множитель порядка единицы. Если  $\beta_0$  не мало, а острова достаточно узкие, т. е.  $k\omega \ll 1$ , то третье слагаемое в скобках (202) мало. Как мы видим, ионы накапливают электростатическую часть энергии островной структуры.

Рассмотрим теперь поведение электронов. Для их описания может быть использовано дрейфово-кинетическое уравнение. Из анализа траекторий следует, что на дрейфовых поверхностях также образуются островные структуры около точек резонанса, где  $\omega = k_{\parallel} v_{\parallel}$ . Так как по разные стороны от точки  $r = r_s$  продольное волновое число  $k_{\parallel}$  имеет разные знаки, то и дрейфовые острова возникают на электронах, имеющих разные знаки продольной скорости. На дрейфовых островах легко образуются распределения типа плато, которые в разреженной плазме не успевают диссипировать за счет столкновений. Поэтому уединенная островная структура электронным затуханием не останавливается.

В результате многие островные цепочки нарастают до тех пор, пока не начнут перекрываться. Взаимодействие между островными цепочками начинается только при их соприкосновении друг с другом. При таком соприкосновении происходит стохастизация дрейфовых траекторий электронов, так что электроны получают возможность переносить продольный импульс поперек плазмы. Возникает аномальная резистивность  $\eta_a$ , которая и приводит к насыщению роста островных структур из-за ионной накачки. Впрочем, более правильно было бы говорить не о резистивности, а о вязкости, поскольку усредненная резистивность, относящаяся к усредненной плотности тока, остается прежней. Аномальную резистивность  $\eta_a$  можно оценить, полагая

$$v_a \cong k_{\parallel} v_e \cong (v_e / qR) k\omega,$$

где  $v_a$  — аномальная частота столкновений. Отсюда оцениваем коэффициент диффузии магнитного поля  $D_a = c^2 \eta_a / 4\pi = \Lambda^2 v_a \sim \sim \Lambda^2 k\omega v_e / qR$ .

Более точно величину  $v_a$  можно найти в линейном приближении:  $v_a = \sqrt{\frac{\pi T_e}{2m}} |k_{\parallel}|$ . Но нужно помнить, что это выражение верно лишь в том случае, если максвелловское распределение электронов по скоростям восстанавливается достаточно быстро либо столкновениями, либо обменом электронами между соседними островными структурами.

Составим теперь полный баланс энергии:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \simeq A \frac{(\omega^*)^2}{k v_i} \left( \eta_i + \varepsilon^{3/2} - \frac{k\omega}{\beta_0} \right) \mathcal{E}_\Phi - \frac{v_e}{qR} F_e \mathcal{E}_\Phi. \quad (203)$$

Здесь  $A = \text{const}$ , а фактором  $F_e = \Lambda^2 k^2 F_e'$ , где  $F_e' < 1$ , мы учли возможность самоподстройки величины затухания волн на электронах. Факторы  $F_e, F_e'$  могут быть очень малы. При нарастании амплитуды колебаний и более тесном соприкосновении островов фактор  $F_e'$  возрастает. Так как фактор  $F_e$  может самонастраиваться, то он автоматически устанавливается на таком значении, чтобы островные структуры поддерживались на стационарном уровне (в среднем). Таким образом, даже при слабой накачке волн ионами в плазме токамака поддерживается нарушенная симметрия магнитного поля: магнитные поверхности слабо разрушаются, будучи пронизанными огромным количеством винтовых магнитных структур. Так как острова образуются токовыми нитями, текущими по обе стороны от каждого острова за пределами сепаратрисы, то можно сказать, что плазма наполняется огромным количеством токовых нитей. Эти нити располагаются так, что токи протекают параллельно силовым линиям на рациональных магнитных поверхностях  $q(r_s) = m/n$ , где расположены центры островов. Обратим внимание на то, что токовые нити расположены не внутри магнитных островов, а в слое толщиной того же порядка, что и ширина острова, т. е.  $\omega$ . Так как в плазме происходит экранировка токов на толщинах порядка  $\Lambda$ , то существует минимальный размер ширины острова, т. е.  $\omega \geq \Lambda$ . Заметим еще, что продольная фазовая скорость волн  $\omega_e \tau / k_{\parallel}$  очень велика на резонансной поверхности,  $k_{\parallel} = 0$ , и становится порядка тепловой скорости электронов только на расстоянии  $x \geq \rho_0$  от резонансной поверхности, где  $\rho_0$  — ларморовский радиус электронов в полоидальном магнитном поле. Только за этим расстоянием и включается механизм затухания островной структуры: величину  $\nu_a$  можно считать равной нулю при  $x < \rho_0$ . Следовательно, очень мелкие структуры с  $\omega \sim \Lambda$ ,  $k\Lambda \sim 1$  затухают очень слабо даже в линейном приближении, т. е. без учета эффекта образования плато в фазовом пространстве на электронной функции распределения. Резюмируя, можно сказать, что магнитная структура зарождается таким образом, чтобы создать возможность электронам в любой момент включить механизм аномального транспорта.

#### 9.4. Физика переносов

Разрушение магнитной симметрии и образование многих соприкасающихся между собой винтовых структур приводит к аномальной теплопроводности электронов. Если средняя ширина структур равна  $\omega$ , то аномальную теплопроводность можно оценить как  $\chi_e \sim \nu_a \omega^2$ . Пусть  $k$  — среднее волновое число островных структур. Тогда теплопроводность электронов можно представить в виде:

$$\chi_e = \Phi_e \omega^3 k \nu_e / qR, \quad (204)$$

где фактор  $\Phi_e$  учитывает меру соприкосновения островных структур.

Рассмотрим сначала случай слабого соприкосновения, который может реализоваться при линейной накачке волн ионами. В самом деле, поскольку дрейфовая частота  $\omega^*$  мала, линейная накачка в (203) также мала, и стационарное состояние достигается при  $F_e \ll 1$ , когда островные структуры только-только начинают соприкасаться между собой. Соответственно малым является и фактор  $\Phi$  в формуле (204). Попробуем его оценить.

Для этого учтем, что в тороидальной геометрии происходит стохастизация силовых линий около сепаратрисы в слое, составляющем долю  $\varepsilon = r/R$  от ширины острова  $\omega$ . Если в этом слое происходит обмен электронами между соседними островными структурами, то поперек поля может переноситься как тепло, так и продольный импульс. Поперечный транспорт в первую очередь затрагивает медленно-пролетные электроны, которые продольного импульса практически не несут. Доля таких электронов  $\sim \sqrt{\varepsilon}$ . Если допустить, что  $k\omega \sim 1$ ,  $\omega^2 \sim 4\pi\Delta^2 \sim 1/r_0n$ , то получаем оценку:

$$\chi_e \sim \varepsilon^{3/2} \frac{v_e}{qR} \frac{1}{nr_0}, \quad (205)$$

где  $v_e = \sqrt{2T_e/m_e}$ ,  $r_0 = e^2/m_e c^2$  — классический радиус электрона. Эта величина близка к эмпирическому выражению (154), полученному на установке Т-11. Перенос импульса затрагивает те электроны, которые этот импульс переносят, т. е. с продольной скоростью  $v_{\parallel} \sim v_e$ . У этих электронов поперечный обмен может отсутствовать и, соответственно, фактор  $F_e$  в (203) может иметь значение, значительно меньшее  $\Phi$ . Вариации фактора  $F_e$  практически не затрагивают переноса тепла, описываемого соотношением (205) и связанного только с медленно-пролетными электронами.

Соотношение (205) соответствует как бы минимальному уровню электронного транспорта в достаточно спокойной плазме, хотя и при слабо разрушенной симметрии магнитного поля.

При слабом нарушении магнитных поверхностей ионная динамика также не очень сильно искажается. Поэтому наряду со скейлингом (205) для электронной температуропроводности следует ожидать неоклассической ионной теплопроводности. Данный режим соответствует неоалкаторному скейлингу [112, 113] плазмы токамака при омическом нагреве.

Оказывается, что может существовать и другой, более сильный механизм поперечного транспорта, который естественно связать с  $L$ -модой удержания. Этот режим порождается теми же самыми островными структурами, но при более тесном их сближении. Для описания режима более сильного поперечного транспорта следует подробнее рассмотреть поведение ионов.

Предположим, что островные структуры с характерной шириной  $\omega$  и характерной величиной волнового числа  $k$  заполняют все поперечное сечение плазмы и достаточно плотно прилегают одна к другой. Возмущение полоидального магнитного поля в каждой островной структуре составляет величину  $\tilde{B}_\theta \sim \omega^2 k B_0 / a$ . Это возмущение распространяется на ширину  $\Delta x \sim 1/k$ . Плотность энергии магнитного поля плотно упакованных структур на расстоянии  $\sim \omega$  друг от друга составляет величину  $\mathcal{E}_\phi \sim \tilde{B}_\theta^2 / 8\pi\omega k \sim \omega^3 k B_0^2 / 8\pi a^2$ .

Что касается энергии, связанной с электрическим полем  $\mathcal{E}_\varphi$ , то поскольку возмущение электрического потенциала убывает как  $1/x$  при удалении от островной структуры, то эта энергия локализована на ширине  $\sim \omega$ . Поэтому величина  $\mathcal{E}_\varphi \sim nT(\tilde{\varphi}/T)^2$ , где  $\tilde{\varphi}$  — амплитуда возмущения потенциала электрического поля. Так как  $\mathcal{E}_\varphi \sim \mathcal{E}_\phi \beta_0 / k\omega$ , то  $\tilde{\varphi}/T \sim \omega/a$ . Для простоты мы не различаем здесь  $T_e$  и  $T_i$ .

Рассмотрим теперь ион с ларморовским радиусом  $\rho \sim v_\perp / \omega_{ci}$ . При своем движении по ларморовской окружности такой ион пересекает  $N = \rho/\omega$  островных структур. На каждой из островных структур ион может получить приращение импульса вдоль оси  $y$  порядка

$$m_i \Delta v \sim k e \tilde{\varphi} \omega / v_\perp, \quad (206)$$

где  $\omega/v_\perp$  — время пролета структуры, а  $k\tilde{\varphi}$  — возмущение электрического поля. Из-за изменения величины поперечной  $y$ -компоненты скорости центр ларморовского кружка смещается на величину  $\sim \Delta v / \omega_{ci}$ . Пусть  $\omega^*$  — характерная частота рассматриваемых колебаний. Так как фаза взаимодействия сохраняется в течение времени  $\Delta t \sim 1/\omega^*$ , то после многократного прохождения рассматриваемой островной структуры ион за время  $\Delta t \sim 1/\omega^*$  наберет полное смещение  $\delta$ , в  $\omega_i/\omega^*$  большее, чем при однократном прохождении острова:

$$\delta \sim \frac{\omega_{ci}}{\omega^*} \frac{e\varphi}{m_i v} \frac{k\omega}{\omega_{ci}}. \quad (207)$$

Это смещение набирается только на одной островной структуре. На самом деле ион взаимодействует не с одной структурой, а с  $N = \rho_i/\omega$  соприкасающимися структурами. Если парциальные смещения не сфазированы, то их можно считать случайными, так что за время  $\Delta t \sim 1/\omega^*$  суммарное смещение иона по оси  $x$  составит величину  $\delta_s \cong \delta \cdot N^{1/2} = \delta \cdot (\rho_i/\omega)^{1/2}$ .

Если имеется  $N = \rho_i/\omega$  волн, у которых средняя частота колебаний составляет величину  $\omega^*$  с разбросом частот того же порядка величины, то приближенно такой процесс можно считать периодическим, но с очень большим периодом  $\Omega^{-1}$ , где  $\Omega = \omega^*/N$ . Время  $\Omega^{-1}$  в  $N$  раз больше, чем  $\omega_s^{-1}$ . Если смещения опять суммируются случайно, то максимальное смещение

$\delta_{\max} \cong \delta \cdot N^{1/2}$  составляет величину:

$$\delta_{\max} = N \cdot \delta = \rho \delta / \omega \cong a \frac{e\varphi}{T} \sim \omega. \quad (208)$$

Здесь мы учли, что дрейфовая скорость  $\omega^*$  имеет порядок величины  $kT/m_i \omega_i a$ .

Итак, мы видим, что в почти периодическом возмущении с частотой повторения  $\Omega$  ион смещается на величину  $\sim \omega$ . Таким образом, за время  $\Omega^{-1}$  ион смещается на ширину островной структуры и попадает в другой нелинейный резонанс. Другими словами, критерий стохастичности Чирикова находится на границе выполнимости. Таким образом, в системе плотно упакованных островных структур ионы могут испытывать стохастическую диффузию поперек магнитного поля. Поскольку ионы, как и электроны, находятся на границе стохастичности, то соответствующий механизм диффузии и теплопроводности легко саморегулируется мерой соприкосновения островных структур, т. е. при фиксированном их расположении, амплитудой возмущения  $\psi$ .

Процесс с частотой  $\Omega = \omega^*/N$  является очень медленным. Поэтому каждый ион сохраняет свой адиабатический инвариант. Следовательно, в однородном магнитном поле сохраняется поперечная энергия иона (продольная энергия в этом процессе вообще не участвует). Но если поле неоднородно, то при смещении в сторону более слабого поля энергия иона уменьшается, и часть энергии он может отдавать волнам. Другими словами, в токамаке смещение ионов в сторону возрастания большого радиуса кривизны приводит к накачке энергии островных структур.

Рассмотрим более подробно этот механизм накачки. Если островные структуры соприкасаются между собой, то они слабо искажаются, так что каждый из островов не обязательно имеет зеркальную симметрию относительно оси  $x$ , а может быть повернут на малый угол  $\gamma$ . Тогда одновременно со смещением иона по  $x$  он будет смещаться по оси  $y$ . Вследствие этого время взаимодействия данного иона с островной структурой изменяется и становится равным по порядку величины  $\Delta t \sim (1 + \gamma k \delta) / \omega^*$ , где  $\gamma \delta$  — смещение по оси  $y$ . Соответственно, величина смещения (207) изменяется и становится равной

$$\delta \sim \frac{k\omega}{\omega^*} \frac{e\varphi}{m_i v_{\perp}} (1 + \gamma k \delta). \quad (209)$$

При  $\gamma \neq 0$  появляется систематическое смещение ионов по радиусу, и, следовательно, сами ионы будут поддерживать такое среднее значение  $\gamma$ , чтобы происходила накачка возмущений магнитного поля. Так как  $\gamma$  мало, то в (209) можно найти сначала линейную часть по  $\gamma$ , а затем, подставив найденное значение внутрь круглых скобок, найти квадратичный член. Его

среднее значение  $\bar{\delta}$  соответствует систематическому смещению иона по оси  $x$  за время  $1/\omega^*$ .

Смещение (209) относится только к одной островной структуре, а ион при своем движении по ларморовской окружности пересекает  $N = \rho_i/\omega$  таких структур. Таким образом, суммарный систематический поток ионов определяется величиной

$$W_i = n \langle v \rangle \cong n \omega^* N \bar{\delta} \cong \gamma \kappa k^2 \omega^2 v_i n, \quad (210)$$

где  $\kappa = -(1/n) dn/dr$  возникла из выражения для  $\omega^*$ ,  $v_i$  — средняя тепловая скорость ионов.

Поток  $W_i$  направлен в сторону возрастания большого радиуса, как показано на рис. 41. Соответственно и островки повернуты так, что  $\gamma$  имеет разные знаки на внутреннем и внешнем обводе (см. рис. 41), т. е.  $\gamma$  меняется как  $\cos \theta$ . В силу аналитичности функции  $\gamma(r)$  это означает, что  $\gamma = \gamma_0 \varepsilon \cos \theta$ , где  $\varepsilon = r/R_0$ . Среднее значение  $W_i$  по углу  $\theta$  обращается в нуль, но если искать среднее значение потока  $\Gamma_n$  через тороидальную поверхность радиуса  $r$ , то  $W_i$  нужно усреднять с весом  $(1 + \varepsilon \cos \theta)$ , чтобы учесть изменение элемента поверхности  $dS = 2\pi R r d\theta = 2\pi R_0 (1 + r \cos \theta/R_0) r d\theta$ . Соответственно получаем

$$\Gamma_n = \langle (1 + \varepsilon \cos \theta) W_i \rangle \cong \frac{\varepsilon^2}{2} \gamma_0^2 k^2 \omega^3 v_i n. \quad (211)$$

Хотя поток  $\Gamma_n$  оказался пропорциональным градиенту плотности,  $n\kappa = -dn/dr$ , но все же скорее нужно говорить не о диффузии, а о свободной конвекции плазмы.

Поток (210) переносит не только частицы, но и ионную тепловую энергию. Выражение для потока тепла имеет вид, сходный с (211):

$$\Gamma_i = \frac{\varepsilon^2}{2} \gamma_i^2 k^2 \omega^3 v_i n T_i, \quad (212)$$

где коэффициент  $\gamma_i$  учитывает, что величина потока тепла может быть больше потока частиц, так что  $\gamma_i$  может быть больше  $\gamma_0$ . Кроме того, произведение  $\gamma_i \kappa$  может зависеть от градиента температуры.

При смещении ионов по большому радиусу их поперечная энергия убывает как  $1/R$  в силу сохранения поперечного адиабатического инварианта. Поэтому поток (210) осуществляет накачку шумов с мощностью

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} \cong \frac{W_i T_i}{R} \cong \gamma_i \frac{r\kappa}{R^2} k^2 \omega^3 v_i n T_i. \quad (213)$$

Это выражение заменяет собой первый член линейной накачки в соотношении (203). Накачка энергии (213) должна быть согласована с накачкой импульса. Импульс волны может быть получен путем деления энергии волны на фазовую скорость  $u_\varphi = -\omega^* \tau / k = -v^* \tau$ . Поэтому накачка импульса равна



( $-1/v^* \tau$ )  $\mathcal{E}/\partial t$ . При накачке импульса волн ионы испытывают обратную силу реакции, направленную против вращения островной структуры, на них как бы действует «сила трения». В результате возникает поток ионов  $\Gamma_n$ , так что действующая на них сила трения уравнивается силой Лоренца  $-eBc^{-1}\Gamma_n$ . Из условия баланса импульсов ( $-1/v^* \tau$ )  $\partial \mathcal{E}/\partial t = -eBc^{-1}\Gamma_n$  с учетом соотношений (212) и (213) находим:  $\gamma_i = \gamma_0 r \kappa / 2$ . Поскольку все соотношения очень приближенны, то можно лишь утверждать, что  $\gamma_i \sim \gamma_0$ , т. е. поток тепла ионов порядка конвекционного:  $\Gamma_i \sim T_i \Gamma_n$ .

Вернемся теперь снова к уравнению баланса энергии магнитных шумов (203). С новой накачкой (213) оно принимает вид:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = F_i \frac{av_i}{R^2} k^2 \omega^2 n \Gamma - F_e \cdot \frac{v_e}{qr} \cdot \frac{\omega^3 k}{a^2} \cdot \frac{B_0^2}{8\pi}. \quad (214)$$

Здесь  $F_i = \gamma_i \frac{r \kappa \omega}{a}$  — малый параметр ионной подстройки.

При большой мощности накачки можно считать, что острова накачиваются до уровня  $\omega k \sim 1$ . В этом приближении с помощью (214) находим оценку для характерной ширины острова:

$$\frac{\omega^2}{a^2} \approx \frac{F_i}{F_e} \frac{qa}{R} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \beta_0. \quad (215)$$

Если подставить это значение для  $\omega^2$  в выражение для электронной теплопроводности, то получим

$$\chi_e = \Phi_e \frac{v_e}{qR} \omega^2 = \mu_e \frac{v_i a^3}{R^2} \beta_0. \quad (216)$$

Здесь фактор  $\mu_e = F_i \Phi_e / F_e \ll 1$ , поскольку  $F_i$  является малым параметром. Сравнивая (216) с упрощенным соотношением (118) для  $L$ -моды, мы видим, что фактор  $\mu_e$  можно считать константой, равной  $\mu_e \cong 10^{-5}$ .

Итак, режим стохастизированных ионов соответствует  $L$ -моду магнитного удержания плазмы. Согласно (215) ширина острова  $\omega$  в режиме  $L$ -моды составляет определенную долю от  $a$ . Если плотность плазмы уменьшать, то величина  $\Lambda$  возрастает и при каком-то значении плотности не будет выполняться соотношение  $\Lambda \ll \omega$ . Начиная с этого значения плотности и ниже будет выполняться неоалкаторный скейлинг.

Итак, электронная компонента высокотемпературной плазмы в токамаке ведет себя таким образом, что под действием ионов она расщепляет магнитные поверхности в винтовые магнитные структуры. Ток в плазме рождает токовые нити, каждая из которых сопровождает остров, располагаясь снаружи от него, но вдоль его магнитной оси. Таким образом, плазма оказывается пронизанной токовыми нитями, расположенными при-

близительно вдоль силовых линий. Если  $k\omega \sim 1$ , то в этих нитях протекает значительная доля тока.

Недавно Дж. Б. Тейлор [114] рассмотрел модель, когда весь ток протекает по таким нитям, и показал, что в этой модели естественным образом возникает оптимальный профиль тока. Это — еще один подход к описанию оптимального профиля.

Следуя логике Тейлора, допустим, что весь ток протекает по многочисленным нитям. Пусть каждая нить несет элементарный ток  $j_s$ , который будем считать константой для всех нитей. Пусть  $(x_i, y_i)$  — координаты токовой нити номера  $i$  в плоскости  $x, y$ , являющейся поперечным сечением бесконечного цилиндра. Продольную координату обозначим через  $z$ . Пусть  $\psi_s(r, r_i)$  есть элементарный полоидальный поток в точке  $r$ , рожденный нитью, расположенный в точке  $r_i$ . Тогда для координаты  $x_i, y_i$  токовой нити номера  $i$  можно написать уравнение:

$$j_s \frac{dx_i}{dz} = -\frac{1}{B} \frac{\partial H}{\partial y_i}; \quad j_s \frac{dy_i}{dz} = \frac{1}{B} \frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad (217)$$

где  $H = \frac{1}{2} \sum_{ij} j_s^2 \psi_s(r_i, r_j)$ .

Уравнения (217) имеют гамильтонову форму с гамильтонианом  $H$ , если  $z$  рассматривать как аналог времени. Таким образом, мы имеем как бы набор многих материальных точек, которые двигаются во «времени»  $z$  по закону (217). К этим точкам можно применить соотношения статистической физики. В частности, если достигается «стационарное» распределение, то это означает не зависящее от  $z$  усредненное распределение плотности точек. Если точек очень много, то функцию  $H$  можно усреднить по всем точкам  $j$ , кроме данной  $i$ . Тогда справа в (215) будут стоять вместо производных от  $H$  производные от  $j_s \psi(r) = \sum_j j_s^2 \psi(r, r_j)$  в точке  $r=r_i$ . Мы получаем как бы движение частиц в гравитационном потенциале  $\psi(r)$ , а величина  $j_s$  играет роль массы. Такие частицы выглядят как газ, плотность которого, умноженная на  $j_s$ , соответствует плотности тока  $j$ . Если этот газ распределен по Больцману, то имеем:

$$j = j_0 e^{-j_s \psi / T_*} = j_0 e^{-\beta \psi}. \quad (218)$$

Здесь  $j_0$  — плотность тока при  $\psi=0$ , т. е. на магнитной оси плазмы  $r=0$ , а константа  $T_*$  соответствует некоторой условной температуре. Так как  $j$  связано с  $\psi$  соотношением (175), уравнение (218) можно представить в виде

$$\Delta \psi = \frac{4\pi}{c} j_0 e^{-\beta \psi}. \quad (219)$$

Оказывается, что решение этого уравнения при цилиндрической симметрии имеет вид канонического профиля (166), т. е.  $j = j_0 (1 + r^2/a_*^2)^{-2}$ . Константа  $a_*^2$  определяется условной темпера-

турой  $T_*$  (которая никакого отношения не имеет к температуре плазмы). С ростом  $T_*$  растет и  $a_*^2$ , т. е. шнур становится более широким.

До сих пор все рассуждения гл. 9 относились к центральной области плазмы. В реальных условиях значительную роль играют процессы на периферии. Как показывает эксперимент, в периферийной плазме имеются сильные флуктуации плотности — своего рода МГД-турбулентность электростатического типа. Эта турбулентность влияет на весь шнур, что вполне понятно с точки зрения наличия саморегулирующихся структур в основной части плазмы.

Рассмотрим некоторые эффекты, связанные с периферией. Один из них — это переход из LOC-режима с неоклассическим скейлингом в режим SOC — насыщения  $\tau_E$  с плотностью при омическом нагреве. Этот переход, как было показано ранее, происходит при определенном значении числа Хьюгелла  $H_* = \sqrt{A_i}/2$ , что явно указывает на роль периферийной плазмы для этого перехода. При тщательном обращении с периферийной плазмой можно сдвигать точку перехода, т. е. получать режимы улучшенного удержания, например, IOC.

Совсем недавно было понято, что и  $L$ — $H$ -переход к улучшенному удержанию (главным образом, при дополнительном нагреве) также связан с периферийной плазмой.

Сначала С. Ито и К. Ито [115] высказали идею, что  $L$ — $H$ -переход носит характер бифуркации и связан с появлением радиального электрического поля. Более подробно теория была развита в работах [116, 117]. Эта теория развивалась в параллель с экспериментами на установках ССТ [118], TEXTOR [119], TEXT [120] и DIII-D [121, 122]. Основная идея иллюстрируется рис. 42, на котором представлена зависимость потока тепла  $W$  к стенкам камеры, от градиента температуры на периферии. Эта зависимость немонотонна, так как на участке от  $(\nabla T)_1$  до  $(\nabla T)_2$  возникает радиальное электрическое поле (предсказываемое неоклассической теорией), которое создает дифференциальное вращение плазмы и тем самым уменьшает радиальную длину корреляции флуктуаций плазмы. Вследствие этого при увеличении  $W$  градиент температуры возрастает до значения  $(\nabla T)_1$ , а затем резко перескакивает к значению  $(\nabla T)_3$ . Это и есть  $L$ — $H$ -переход. Большой градиент  $(\nabla T)_3$  означает образование «теплового барьера», т. е. улучшение удержания. Обратный переход  $H$ — $L$  может иметь гистерезис, как показано на рис. 42. Такой гистерезис действительно иногда наблюдается экспериментально.

## 10. НАГРЕВ И ПОДДЕРЖАНИЕ ТОКА

Самый простой метод нагрева плазмы — омический: протекающий по плазме ток, необходимый для ее равновесия, одновременно и нагревает плазму на ее омическом сопротивлении.

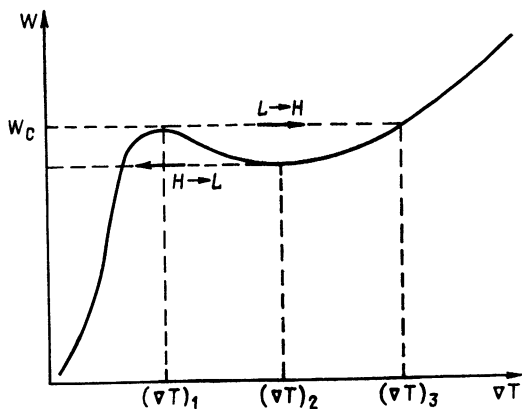


Рис. 42. Зависимость потока энергии на стенку от градиента температуры плазмы в периферийной точке с учетом вращения плазмы при  $L-H$ -переходе

Омический нагрев используется во всех малых токамаках, а в токамаках большого размера он служит для приготовления начальной плазмы с не очень высокой температурой. При высокой температуре омический нагрев не эффективен, поскольку резистивность плазмы с ростом температуры быстро убывает. Чтобы достичь высоких температур, требуется дополнительный нагрев плазмы. К настоящему времени развиты многие методы нагрева плазмы: инжекция пучков нейтральных атомов с большой энергией, электромагнитные волны, адиабатический нагрев плазмы с помощью ее сжатия по малому и большому радиусу. Методы ВЧ-нагрева охватывают широкий диапазон частот и ориентируются на возбуждение в плазме различных собственных мод колебаний: ионно-циклотронный резонанс (ИЦР), электронно-циклотронный резонанс (ЭЦР), нижнегибридный резонанс (НГ), альфеновские волны (АВ). Многие из этих методов нагрева, включая инжекцию нейтралов, могут быть использованы для неомического поддержания тока.

### 10.1. Омический нагрев

Удельное сопротивление плазмы очень мало — при мультикэвных температурах оно гораздо меньше удельного сопротивления меди. В практических единицах удельная резистивность по Спитцеру равна

$$\eta \approx 3 \cdot 10^{-8} Z_{\text{eff}} T_e^{-3/2}, \quad (\text{Ом} \cdot \text{м}), \quad (220)$$

где  $T_e$  — температура электронов, выраженная в кэВ,  $Z_{\text{eff}}$  — эффективное зарядовое число ионов. Быстрое убывание резистивности с температурой делает омический нагрев неэффективным при температурах выше нескольких кэВ. Однако есть в малой

резистивности и положительное качество: при высоких температурах напряжение обхода  $U$  должно быть значительно меньше привычного значения для токамаков с умеренной электронной температурой порядка одного вольта. Малые  $U$  означают возможность более длительного омического поддержания тока при одном и том же запасе вольт-секунд индуктора. Есть три эффекта, которые могут несколько повышать напряжение обхода: наличие примесей, способствующих увеличению  $Z_{\text{eff}}$ , неклассический эффект уменьшения носителей тока и перезамыкание магнитных силовых линий, в частности, в пилообразных колебаниях.

## 10.2. Инжекция нейтралов

Инжекция нейтралов как эффективный метод нагрева высокотемпературной плазмы была предложена давно и в настоящее время получила широкое распространение: многие крупные токамаки располагают достаточно мощными инжекторами для нагрева плазмы и поддержания тока. Физический процесс состоит в инжекции в плазму пучка нейтральных атомов с высокой энергией. В плазме атомы ионизируются, захватываются магнитным полем и замедляются из-за парных соударений с электронами и ионами плазмы. Доля энергии, передаваемой ионам и электронам, зависит от энергии пучка  $E_f$ : если  $E_f > 15 T_e$ , то нагреваются в основном электроны, а при  $E_f < 15 T_e$  — ионы. Глубина проникновения  $\lambda$  быстрых нейтралов в плазму зависит от энергии атомов пучка и плотности плазмы. В интервале энергий от 20 до 200 кэВ на нуклон глубина  $\lambda$  равна приблизительно

$$\lambda \approx 5,5 \cdot 10^{-3} (E_f/A_f) n_e^{-1}, \quad (\text{м}). \quad (221)$$

Здесь  $E_f/A_f$  — энергия в кэВ, приходящаяся на нуклон пучка,  $n_e$  — средняя электронная плотность в единицах  $10^{20} \text{ м}^{-3}$ .

Чтобы улучшить поглощение пучка плазмы, используют наклонную инжекцию, при этом входящий в плазму пучок может быть направлен либо по току (коинжекция), либо против тока (контринжекция). Использование только одного направления инжекции приводит к вращению плазмы и тем самым к уменьшению эффективности нагрева: плазма «убегает» от пучка, так что относительная энергия пучка уменьшается. Чтобы избежать этого эффекта на TFTR была использована сбалансированная инжекция как по, так и против тока.

Инжекция нейтралов может быть использована для поддержания тока. Эта концепция поддержания тока была предложена Т. Окавой [123]. Этот метод удобен тем, что пучок нейтралов достаточно глубоко проникает в плазму, так что он может быть использован для инжекции тока в центральную часть плазменного шнура. Токи масштаба одного мегаампера с помощью инжекции нейтралов были продемонстрированы на TFTR [124],

JET [125] и масштаба 0,5 мегаампера на DIII-D [126]. Эффективность поддержания тока

$$\gamma_{CD} = \frac{\bar{n}_e I R}{P} \quad (\text{в единицах } 10^{20} \text{ м}^{-2} \cdot \text{МА/МВт}) \quad (222)$$

достигала величин  $\sim 3 \cdot 10^{-2}$  (на TFTR). Она согласуется с теоретически вычисленной. Теоретически можно ожидать эффективности, на порядок большей в условиях термоядерного реактора.

### 10.3. Ионно-циклотронный резонанс

Электромагнитные волны в диапазоне ионно-циклотронного резонанса

$$f_{ci} = 15BZ/A_i, \quad (\text{МГц}) \quad (223)$$

достаточно хорошо проникают в плазму и поглощаются в ней в резонансном слое, где частота волны совпадает с одной из гармоник гирочастоты (223). В настоящее время этот метод развит достаточно хорошо: понятна физика нагрева и разработаны достаточно эффективные антенны для ввода ВЧ-мощности в плазму. Для улучшения распространения волн в плазме и их эффективного поглощения в слое резонанса используется метод малых добавок. Если поглощение происходит на ионах малых добавок, то они нагреваются до высоких энергий, и эта схема нагрева становится похожей на инжекцию быстрых ионов.

Для поддержания тока волнами, направленными вдоль тороидального шнура, можно представить себе две схемы. Если в плазме с малой добавкой генерировать однонаправленный «хвост» быстрых ионов, то возникнет генерация тока, сходная с генерацией тока при инжекции нейтралов. Во второй схеме циклотронные волны загухают на электронах, вступая в резонанс на частоте пролета электронов. Теоретически предсказана эффективность  $\gamma_{CD} \sim 0,2-0,4$ , но для проверки теории требуются дополнительные эксперименты.

### 10.4. Нижнегибридный резонанс

Плазма может достаточно эффективно нагреваться электромагнитными волнами с частотой, близкой к среднегеометрическому значению между ионной и электронной циклотронными частотами

$$f_{LH} = 0,65B \sqrt{A_i}, \quad (\text{ГГц}), \quad (224)$$

где  $A_i$  — атомный вес иона. У этих волн показатель преломления очень велик, сильно анизотропен и существенно зависит от плотности. В результате плазма имеет тенденцию отражать волны, препятствуя тем самым нагреву и поддержанию тока. Чтобы волна попала в плазму, ей приходится туннелировать

через периферийную плазму. Для ввода волн в плазму используется грилл — система сфазированных волноводов. Грилл должен располагаться очень близко к плазме.

Волны в районе нижнегибридного резонанса очень удобны для генерации тока. Физика генерации тока может быть пояснена рис. 43, на котором показано, как «отрастает хвост» энергичных электронов за счет резонансного поглощения нижнегибридных волн со спектром фазовых скоростей, изображенным на

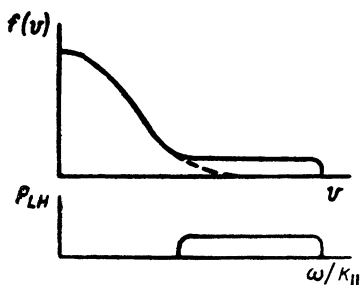


Рис. 43. Изменение функции распределения электронов под действием нижнегибридных волн

том же рисунке. Электроны «хвоста» тормозятся на электронах и ионах плазмы за счет парных кулоновских столкновений. Балансом мощности, получаемой от волн и теряемой за счет парных столкновений, и определяется эффективность поддержания тока.

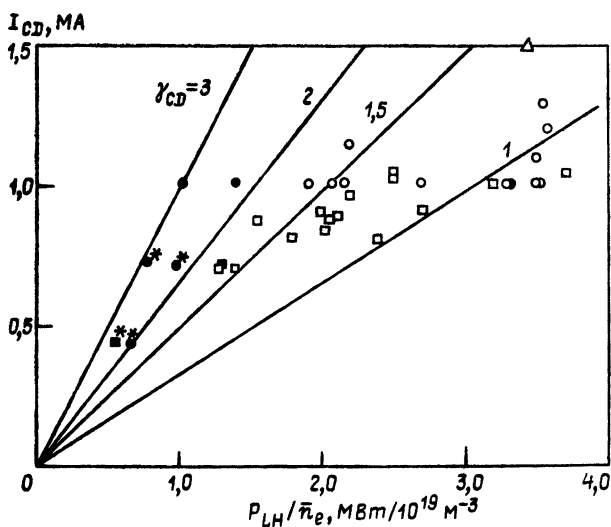


Рис. 44. Поддержание тока нижнегибридными волнами в JT-60

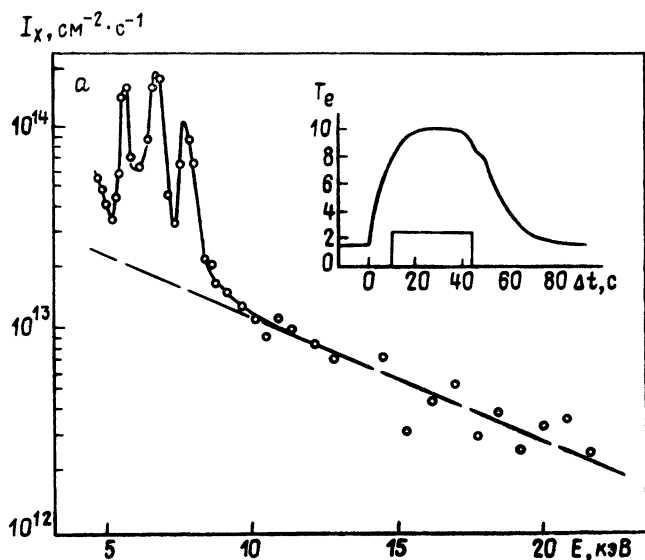


Рис. 45. Нагрев электронов в Т-10 (температура определена по распределению интенсивности рентгеновского излучения)

Метод поддержания тока нижегибридными волнами был использован на многих установках. Лучшие результаты с эффективностью  $\gamma_{CD}=0,34$  и суммарным током до 2 МА были получены на установке JT-60. Соответствующие данные экспериментов приведены на рис. 44. Результаты с эффективностью  $\gamma_{CD}=0,34$  были получены при инжекции  $2 \div 4,5$  МВт мощности нижегибридных волн с плотностью  $\bar{n}_e$  до  $0,3 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$  и током  $I=1 \div 1,75$  МА. Заметим, что для стационарного поддержания тока в реакторе ИТЭР требуется эффективность  $\gamma_{CD}=0,5$ .

К сожалению, метод нижегибридных волн не годится для поддержания тока в центральной части плазмы с высокой плотностью и должен использоваться с другими волнами или нейтральными частицами.

### 10.5 Электронно-циклотронный резонанс

Эта схема нагрева основана на поглощении в плазме электромагнитных волн СВЧ-диапазона с обыкновенной или необыкновенной поляризацией и частотой, близкой к электронной циклотронной

$$f_{ce} = 28 B \text{ (ГГц)} \quad (225)$$

либо к ее высшим гармоникам.

Поглощение происходит в области доплеровского резонанса, где  $\omega - n\omega_{ce} = k_{\parallel}v_{\parallel}$ . При поперечном распространении резонанс



может ушिरяться за счет релятивизма, т. е. зависимости массы электрона от его энергии.

Большим преимуществом этого метода нагрева является использование волноводных трактов без каких-либо специальных систем ввода мощности (однако требуются надежные окна, прозрачные в этой области частот).

Метод ЭЦР получил широкое развитие после создания новых генераторов СВЧ-волн — гиротронов. На рис. 45 показаны результаты нагрева электронной компоненты на установке Т-10, где с помощью мощного гиротронного комплекса была получена температура до 10 кэВ.

В настоящее время разрабатываются новые средства нагрева электронной компоненты плазмы в сильном магнитном поле — лазеры на свободных электронах и мазеры на циклотронном авторезонансе МЦАР.

ЭЦР-волны могут быть в принципе использованы и для поддержания тока. Механизм поддержания тока связан с анизотропией функции распределения электронов, которая возникает при рассеянии и торможении нагретых посредством ЭЦР-электронов. Эксперименты в этой области находятся в самой начальной фазе [127].

## 10.6. Другие схемы нагрева

На установках малых и средних размеров используются и другие схемы нагрева — адиабатическое сжатие плазмы, нагрев низкочастотными волнами альфвеновского диапазона, инжекция «спиральности» и т. д. [128, 130]. В будущем термоядерном реакторе плазма будет нагреваться быстрыми  $\alpha$ -частицами, являющимися продуктом  $D-T$ -реакции. Теоретически исследуются возможности использования мощности  $\alpha$ -частиц для целей генерации тока.

## 11. РЕАКТОРНАЯ ПЛАЗМА

Плазма термоядерного реактора [131] будет нагреваться продуктами термоядерной реакции. В дейтериево-тритиевой плазме — это  $\alpha$ -частицы с большой энергией. В сильном магнитном поле токамака одиночные  $\alpha$ -частицы будут захвачены собственным магнитным полем токамака. Расчеты показывают, что при величине тока плазмы более 3 МА только очень малая доля  $\alpha$ -частиц может теряться из-за тороидального дрейфа (с учетом неоднородности тороидального магнитного поля). Однако не исключены эффекты коллективного поведения  $\alpha$ -частиц.

Наиболее привлекательный режим работы термоядерного реактора — близкий к зажиганию, т. е. когда реакция может гореть самостоятельно без введения дополнительной мощности извне. Самоподдерживающаяся термоядерная реакция была заветной мечтой физиков в течение многих лет исследований по УТС. Однако полностью самоподдерживающаяся реакция может быть не оптимальной. Во-первых, для управления горением желательно иметь дополнительную вводимую в плазму мощность, с помощью которой можно управлять скоростью реакции. Во-вторых, наиболее замечательным является полностью стационарный режим работы термоядерного реактора, а для его реализации требуется вводить мощность для поддержания тока.

Но в любом случае мощность от  $\alpha$ -частиц будет велика, а стало быть, будет велико и их влияние на поведение плазмы. Наибольшую опасность представляют такие формы проявления коллективных явлений, которые смогли бы приводить к быстрому выбросу  $\alpha$ -частиц из плазмы до того, как они успеют отдать свою энергию плазме.  $\alpha$ -частицы могут оказывать воздействие на многие волны в плазме. Наибольшую озабоченность вызывают явления типа «фиш-бон»-неустойчивости и возбуждения внутренних альфвеновских мод.

Теоретически одним из наиболее опасных является механизм возбуждения так называемых TAE-мод (TAE — Toroidal Alfvén Eigenmodes) [132]. Их физика пояснена на рис. 46, где показана зависимость от радиуса  $r$  частоты локальных винтовых альфвеновских мод с небольшими числами  $m, n$ . Так

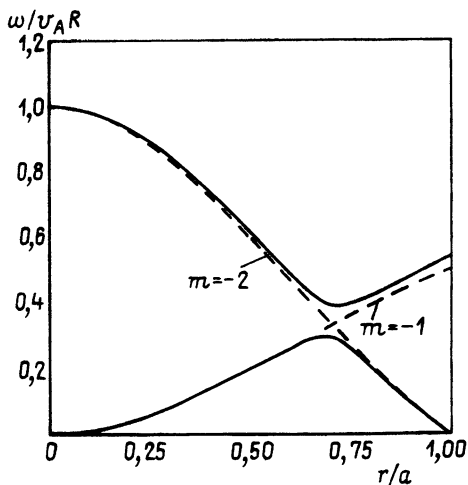


Рис. 46. Спектр локальных альфвеновских волн (TAE) в токамаке

как частота колебаний зависит от радиуса, то волны в разных точках будут «разбегаться» по фазам, так что локальные волны будут убегать в область  $k_r \rightarrow \infty$ , а затем сноситься, по радиусу из-за эффектов конечного ларморовского радиуса. Однако две моды, как видно из рис. 46, могут пересекаться, а при учете тороидальности происходит раздвижка уровней и образуется «щель». Здесь-то и возможно появление *ТАЕ*-моды. При удалении от точки бывшего пересечения у одной из волн частота возрастает. Получается как бы аналог стекловолокна, имеющего показатель преломления больше, чем у окружающей среды. А это значит, что за счет «полного внутреннего отражения» появляется возможность «волноводного» распространения альфвеновской волны. Это и есть *ТАЕ*-мода, которая может долго существовать в плазме и вступать во взаимодействие с  $\alpha$ -частицами.

На рис. 47 показаны пороги возбуждения фиш-бон и *ТАЕ*-мод по  $\beta_\alpha$  в зависимости от скоростей  $\alpha$ -частиц  $V_\alpha$ , отнесенных к альфвеновской скорости. Величина  $\beta_\alpha$  — это отношение давления  $\alpha$ -частиц к давлению магнитного поля. Параметр  $\beta_\alpha$

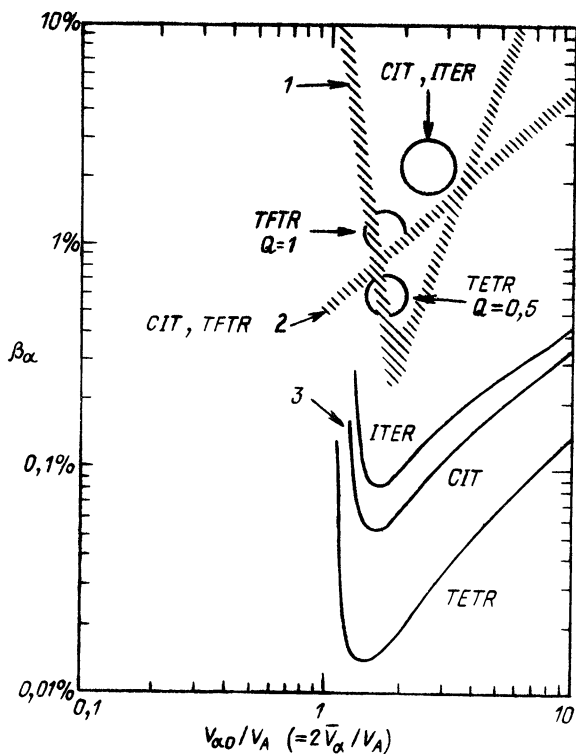


Рис. 47. Пороги неустойчивости в реакторной плазме:  
1 — баллонная мода; 2 — фиш-бон-неустойчивость; 3 — *ТАЕ*-мода

растет с мощностью D—Т-реакций и с температурой плазмы, поскольку при повышении температуры замедляется процесс термализации  $\alpha$ -частиц.

На рис. 47 видно, что пороги повышаются с увеличением размеров установки, так что в ИТЭР, например, эти моды могут быть неопасными.

Достигнутый уровень исследований на токамаках ставит на повестку дня осуществление зажигания термоядерной реакции и создание экспериментального термоядерного реактора. Существует несколько проектов установок для исследования зажигания D—Т-реакции и экспериментальных термоядерных реакторов. Одним из наиболее подробно проработанных проектов экспериментальных установок для зажигания является

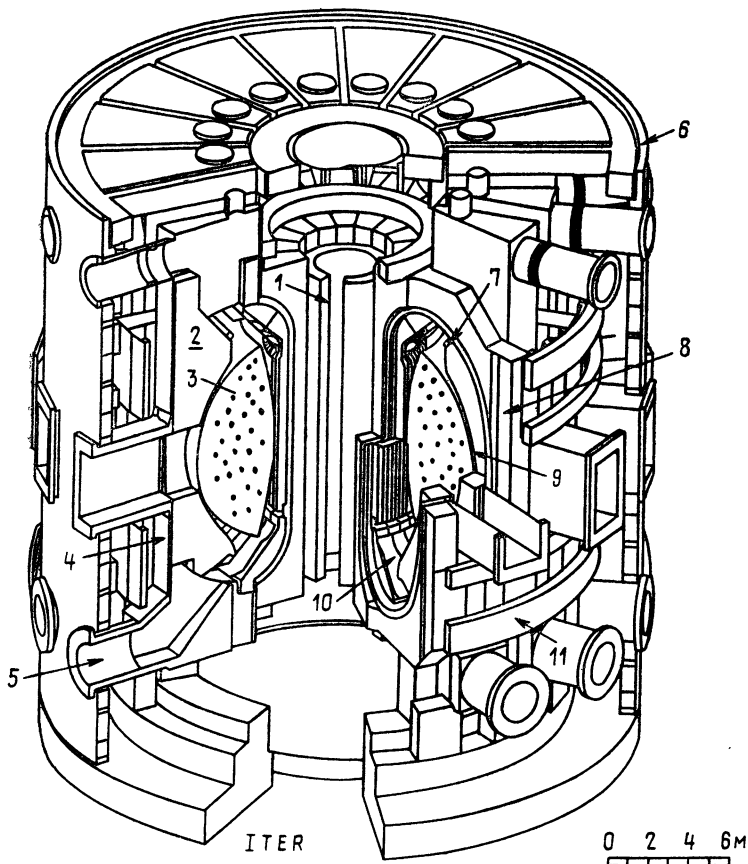


Рис. 48. Поперечное сечение проектируемого токамака ИТЭР

1 — индуктор, 2 — бланкет, 3 — плазма, 4 — камера, 5 — откачка газа, 6 — криостат, 7 — обмотки управления, 8 — катушки тороидального поля, 9 — первая стенка, 10 — диверторные пластины, 11 — обмотки полоидального поля

проект СИТ — компактного токамака с зажиганием [131]. Наиболее проработанным проектом экспериментального реактора является проект международного термоядерного экспериментального реактора ИТЭР [133, 134].

Укажем основные параметры ИТЭР:

Большой радиус плазмы	$R=6,0$ м
Полуширина плазмы	$a=2,15$ м
Вытянутость	$b/a=2$
Тороидальное поле	$B_0=4,85$ Тл
Номинальный ток плазмы	$I=22$ МА
Мощность D—T-реакции	$P_f=1000$ МВт

Схема ИТЭР показана на рис. 48.

ИТЭР является сложным и крупным инженерным сооружением. Его параметры выбраны таким образом, чтобы было обеспечено зажигание термоядерной реакции в первой фазе работы и достигнута конечная цель работы в стационарном режиме с помощью средств неомического поддержания тока.

Основной технической целью ИТЭР является получение всей технической информации для последующего сооружения DEMO — первого энергетического термоядерного реактора.

В настоящее время разработан концептуальный проект ИТЭР, а в последующие годы будет разрабатываться инженерно-технический проект с соответствующим НИОКР в обоснование проекта.

Наряду с международным проектом термоядерного реактора ИТЭР разрабатываются и национальные проекты: NET в Европе и FER в Японии. Кроме программы физических исследований плазмы с реакторными параметрами развернута широкая программа инженерных и технологических исследований для создания основ термоядерной энергетики.

## 12. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Физика плазмы токамаков находится в периоде полного расцвета. Огромные усилия экспериментаторов и теоретиков привели к созданию основ физики высокотемпературной плазмы токамака, удерживаемой сильным тороидальным магнитным полем и собственным полем тока. Достигнута ясность в понимании основных физических процессов в плазме. Многие процессы в плазме хорошо моделируются с помощью компьютерных программ. Созданная в предыдущие годы база данных достаточна для проектирования и последующего сооружения экспериментального термоядерного реактора, например, ИТЭР.

Вместе с тем, исследования обнаружили, что плазма токамака представляет собой очень сложный физический объект с огромным числом внутренних связей и возможных форм са-

моорганизации. Поэтому овладение всем потенциалом физических свойств плазмы для его оптимального использования в будущих термоядерных реакторах требует дальнейших исследований, нацеленных на полное изучение всех тонких физических процессов, протекающих в крупномасштабной и высокотемпературной плазме токамака. Эти исследования будут проводиться на более мощной экспериментальной базе и с использованием более совершенных средств диагностики. Надо полагать, что они приведут в конце концов к практическому использованию энергии термоядерного синтеза и созданию термоядерной энергетики в следующем веке.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ ИНФОРМАЦИИ

1. Сахаров А. Д. Тревога и надежда.— М.: Интер-Версо, 1990.— С. 155—163
2. Тамм И. Е. Теория магнитного термоядерного реактора (ч. I) // Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций. Т. I: Сб.— М., Изд-во АН СССР, 1958.— С. 3—19
3. Сахаров А. Д. Теория магнитного термоядерного реактора (ч. II) // Там же.— С. 20—30
4. Тамм И. Е. Теория магнитного термоядерного реактора (ч. III) // Там же.— С. 31—41
5. Безбатченко А. Л., Головин И. Н., Козлов П. И., Стрелков В. С., Явлинский Н. А. Безэлектродный разряд с большой силой тока в тороидальной камере с продольным магнитным полем // Там же.— С. 116—133
6. Леонтович М. А., Шафранов В. Д. Об устойчивости гибкого проводника в продольном магнитном поле // Там же.— С. 207—213
7. Шафранов В. Д. Об устойчивости плазменного шнура при наличии продольного магнитного поля и проводящего кожуха // Там же.— Т. II.— С. 130—143
8. Горбунов Е. П., Разумова К. А. Влияние сильного магнитного поля на магнитогидродинамическую устойчивость плазмы и удержание заряженных частиц в установке :Токамак: // Атом. энергия.— 1963.— 15.— вып. 5.— С. 363—370
9. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. Явления переноса в разреженной плазме в тороидальных магнитных ловушках // ЖЭТФ.— 1967.— 53.— вып. 1.— С. 438—459
10. Artsimovich L. A. Tokamak devices // Nuclear Fusion.— 1972.— 12.— P. 215—252
11. Арцимович Л. А. О перспективах исследований по проблеме управляемого ядерного синтеза // Успехи физ. наук.— 1967.— 91.— вып. 3.— С. 365—379
12. Кадомцев Б. Б. Неустойчивость плазмы и управляемые термоядерные реакции // Там же.— С. 381—387
13. Vlasenkov V. S., Leonov V. M., Mukhovatov V. S. et al. Fast-neutral-beam injection experiments in T-11 // 6-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Berchtesgaden, October, 1976.— IAEA, Vienna.— 1977.— 1.— P. 86—94
14. Parker R. et al. Progress in Tokamak research at MIT // Nuclear Fusion.— 1985.— 25.— P. 1127—1136
15. Leonov V. M., Merezkin V. G., Muchovatov V. S., Sannikov V. V., Tillnin G. N. Ohmic-heating and neutral beam injection studies on the T-11 Tokamak // 8-th International Conference on Plasma Physics and Cont-

- rolled Nuclear Fusion Research, Brussels, 1980.— IAEA, Vienna.— 1981.— 1.— P. 394—403
16. *Blackwell B., Fiore C., Gardy R. et al.* Energy and impurity transport in ALCATOR-C Tokamak // 9-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Baltimore, 1982.— IAEA, Vienna.— 1983.— 2.— P. 27—40
  17. *ASDEX team.* The H-mode in ASDEX // Nuclear Fusion.— 1989.— 29.— P. 1880—1992
  18. *Арцимович Л. А., Шафранов В. Д.* Токамак с некруглым сечением плазменного витка // Письма в ЖЭТФ.— 1972.— 15, № 1.— С. 72—76
  19. *Barsukov A. G., Kourov P. E., Kulygin Y. M. et al.* Investigation of plasma confinement and injection heating in the T-11 Tokamak // 9-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Baltimore, 1982.— IAEA, Vienna.— 1983.— 1.— P. 83—94
  20. *Hawrituk R. J. et al.* TFTR plasma regimes // Plasma Physics.— 1987.— 1.— P. 51—64
  21. *Bush C. E. et al.* Limiter H-mode experiments on TFTR // Extended Synopses of 13-th Int. Conf. Plasma Phys. and Cotrolled Nucl. Fus. Res. Washington, October 1990, IAEA-CN-53-1990-A-4-5.— P. 32
  22. *Coppi B.* Nonclassical transport and the « Principle of Profile Consistency » // Comments Plasma Phys. Contr. Fusion.— 1980.— 5.— P. 261—269
  23. *Bell V. G.* An overview of TFTR confinement with intense neutral beam heating // Plasma Physics.— 1989.— 1.— P. 27—40
  24. *Аликаев В. В. и др.* Влияние профиля вкладываемой в плазму мощности на эффективность ЭЦР нагрева на T-10 // Физика плазмы.— 1988.— 14, № 9.— С. 1027—1045
  25. *Аликаев В. В. et al.* Electron cyclotron heating and plasma confinement in the T-10 Tokamak // Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research.— 1985.— 1.— P. 419—432
  26. *Shimomura Y. et al.* Empirical scaling of energy confinement time of L-mode plasma and optimized mode and some consideration of reactor core plasma in Tokamak // Japanese Atomic Energy Research Institute—JAERI-M 87-080.— 1987
  27. *Goldston R. J.* Energy confinement scaling in tokamaks // Plasma Physics and Controlled Fusion.— 1984.— 26.— 1A.— P. 87—103
  28. *Yushmanov P. N. et al.* Scalings for tokamak energy confinement // Nuclear Fusion.— 1990.— № 10.— P. 1999—2006
  29. *Zarnstorff M. et al.* Transport in TFTR supershots // Twelfth International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, France, 12—19 October 1988.— 1.— P. 183—191
  30. *Aikawa H. and JT-60 team.* Recent progress in JT-60 experiments // 12-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, October 1988.— 1.— P. 67—81
  31. *Кадомцев Б. Б., Погуце О. П.* Нелинейные винтовые возмущения плазмы в токамаке // ЖЭТФ.— 1973.— 65.— в. 2(8).— С. 575—589
  32. *Rosenbluth M. N. et al.* Numerical studies of nonlinear evolution of kink modes in Tokamaks // Phys. Fluids.— 1976.— 19.— P. 1987—1996
  33. *Izzo R. et al.* Reduced equations for internal kinks in Tokamaks // Phys. Fluids.— 1983.— 26.— P. 3066—3078
  34. *Strauss H. R.* Nonlinear, three-dimensional magnetohydrodynamics of noncircular Tokamaks // Phys. Fluids.— 1976.— 19.— P. 134—140
  35. *Strauss H. R.* Finite-aspect-ratio MHD equations for Tokamaks // Nuclear Fusion.— 1983.— 22.— P. 649—655
  36. *Sykes A., Wesson J. A.* Relaxation instability in Tokamaks // Phys. Rev. Lett.— 1976.— 37.— P. 140—143
  37. *Кадомцев Б. Б.* Гидромагнитная устойчивость плазмы // Вопросы теории плазмы. Сб.— М.: Госатомиздат, 1963.— вып. 2.— С. 132
  38. *Кадомцев Б. Б.* О гидродинамике плазмы низкого давления // Физика

- плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций. АН СССР.— 1958.— 4.— С. 16—24
39. Погуце О. П., Юрченко Э. И. Баллонные эффекты и устойчивость плазмы в токамаке // Вопросы теории плазмы. Сб.— М.: Энергоиздат, 1982.— 11.— С. 56—118
  40. Шафранов В. Д., Юрченко Э. И. Критерий желобковой неустойчивости плазмы в тороидальной геометрии // ЖЭТФ.— 1967.— 53.— С. 1157—1166
  41. Mercier C. Lectures in plasma physics // Euratom, Brussels and Luxembourg.— 1987.— EUR 5127EN
  42. Bussac M. W. et al. Internal kink modes in toroidal plasmas with circular cross sections // Phys. Rev. Lett.— 1975.— 35.— № 24.— P. 1638—1641
  43. Nave M. F. F., Wesson F. Stability of the Ideal M-1 mode in a Tokamak // Nuclear Fusion.— 1988.— 28, № 2.— P. 297—301
  44. Gusiatinikova V. I., Samokhin A. V., Titov V. S., Vinogradov A. M., Yumagujiin V. A. Symmetries and conservation laws of Kadomtsev—Pogutse equations // Acta, Applicational Mathematical.— 1989.— 15.— P. 23—64
  45. Копни Б., Гальвао Р., Пелат Р., Розенблюм М., Резерфорд П. Резистивные внутренние винтовые моды // Физика плазмы.— 1976.— 2.— 6.— С. 961—966
  46. Coppi B., Filreis J., Mark J. W. Topology and physics on internal modes in magnetically confined plasmas // 7-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Innsbruck, 1978.— IAEA, Vienna.— 1979.— 1.— P. 793—798
  47. Sykes A. M. et al. MHD theory of Ballooning Modes Applied to JET, and the effect of anisotropic pressure on ballooning modes // 7-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Innsbruck, 1978.— IAEA, Vienna.— 1979.— 1.— P. 625—636
  48. Mercier C. MHD stability criteria for localized displacements // 7-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Innsbruck, 1978.— IAEA, Vienna.— 1979.— 1.— P. 701—713
  49. Murakami M. et al. Some Observations on Maximum Densities in Tokamak Experiments // Nuclear Fusion.— 1976.— 16.— P. 347—348
  50. Taylor T. S. et al. Profile optimization and high beta discharges in DIII-D // Extended Synopses of 13-th Int. Conf. Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fus. Res. Washington, October 1990, IAEA-CN-53-1990-A-3-1-1(C).— P. 18
  51. Lazarus E. A. et al. Stability of high elongation plasmas in the DIII—D Tokamak // Extended Synopses of 13-th Int. Conf. Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fus. Res. Washington, October 1990, IAEA-CN-53-1990-A-3-1-2.— P. 19
  52. Tang W. M., Connor J. W., White R. B. Finite—gyroradius stabilization of ballooning modes in a toroidal geometry // Nuclear Fusion.— 1981.— 21.— P. 891—892
  53. White R. B. Theory of Tokamak plasmas // North Holland, Amsterdam.— 1989.— P. 373—375
  54. Кадомцев Б. Б., Погуце О. П. Турбулентные процессы в тороидальных системах // Вопросы теории плазмы. Сб.— М.: Госатомиздат, 1967,— вып. 5 — С. 209—350
  55. Кадомцев Б. Б. Токамаки и анализ размерностей // Физика плазмы.— 1975.— 1, № 4.— С. 531—535
  56. Connor J. W., Taylor J. B. Scalling laws for plasma confinement // Nuclear Fusion.— 1977.— 17.— P. 1047—1055
  57. Connor J. W. Invariance principles and plasma confinement // Plasma Physics and Contr. Fusion.— 30, № 6.— P. 619—650
  58. Stoff P. E., Hugill F. et al. High density discharges with gettered torus walls in DITE // 8-th European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Prague.— 1977.— 1.— P. 37



59. *Greenwald M. et al.* A new look at density limits in Tokamaks // PFC/JA-86-22, Plasma Fusion Center, Massachusetts Institute of Technology.— 1986
60. *Alladio F., De Marco F., Dieroni L.* Confinement of Ohmically heated plasma // 14-th European Conference on Control. Fusion and Plasma Physics, Madrid.— 1987.— 1.— P. 61—64
61. *Мирнов С. В., Семенов И. Б.* Начальная стадия разряда в установках токамак // Физика плазмы.— 1978.— 4, № 1.— С. 50—60
62. *Мирнов С. В.* Физические процессы в плазме токамака // М.: Энергоатомиздат, 1983.— 184 с.
63. *Днестровский Ю. Н., Костомаров Д. П., Попов А. М.* Динамика магнитного острова при немономтонном профиле тока в токамаке // Физика плазмы.— 1979.— 5, № 3.— С. 519—526
64. *Von Goeler S., Stodiek W., Sauthoff N.* Studies of internal disruptions and  $M=1$  oscillations in Tokamak discharges with soft-X-ray techniques // Phys. Rev. Lett.— 1974.— 33, № 20.— P. 1201—1203
65. *Кадомцев Б. Б.* О неустойчивости срыва в токамаках // Физика плазмы.— 1975.— 1, № 5.— С. 710—715
66. *Sweet P. A.* Electromagnetic phenomena in cosmic physics // London, Cambridge Univ. Press.— 1958.— P. 123—135
67. *Parker E. N.* // J. Geophys. Res.— 1957.— 62.— P. 509
68. *Park W., Monticello D. A.* Sawtooth oscillation in Tokamaks // Preprint PPL-2601.— Princeton University.— 1989
69. *McGuire K., Robinson D. C.* Sawtooth oscillations in a small Tokamak // Nuclear Fusion.— 1979.— 19.— P. 505—507
70. *Samain A.* Introduction to Tokamak physics // Association Euratom-CEA.— 180 p.
71. *Lichtenberg A. J.* Stochasticity as the mechanism for the disruptive phase of the  $M=1$  Tokamak oscillations // Nuclear Fusion.— 1984.— 24, № 10.— P. 1277—1289
72. *Wesson J. A.* On sawtooth reconnection // 13th Intern. Conf. on Plasma Phys. and Control. Nuclear Fusion Research, Washington.— 1990
73. *Bagdasarov A. A. et al.* Studies on Ohmic heating in T-10 // 7-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Innsbruck, 1978.— IAEA, Vienna.— 1979.— 1.— P. 35—49
74. *Аликаев В. В., Разумова К. А., Соколов Ю. А.* Неустойчивость, связанная с пучком убегающих электронов в токамаке ТМ-3 // Физика плазмы.— 1975.— 1, № 4.— С. 546—555
75. *Кадомцев Б. Б., Погуце О. П.* Электропроводность плазмы в сильном магнитном поле // ЖЭТФ.— 1967.— 53, № 6.— С. 2025—2033
76. *Bell M., Arunasalam V., Bitter M. et al.* Recent PDX results // 10-th European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics.— 1981.— 2.— P. 16—20
77. *Chen L. et al.* Excitation of internal kink modes by trapped energetic beam ions // Phys. Rev. Lett.— 1984.— 54.— P. 1122—1125
78. *Coppi B., Porcelli F.* Theoretical model of fishbone oscillations in magnetically confined plasmas // Phys. Rev. Lett.— 1986.— 57.— P. 2272—2275
79. *Heidbrink W. W., Sager G.* The fishbone instability in the DIII-D Tokamak // Nuclear Fusion.— 1990.— 30, № 6.— P. 1015—1025
80. *Von Goeler S., Kluber O., Fussmann G., Gernhardt F., Kornherr M.* MHD activity during ELMS // IPP 111/143.— 1989.— Max-Planck Institut fur Plasmaphysik
81. *Aratari R. et al.* ASDEX — Experimental results and comparison with theoretical studies // Max-Planck-Institute fur Plasmaphysik, Annual report.— 1988.— 5.— P. 62
82. *Пикельнер С. Б.* Основы космической электродинамики // М.: Физматиз, 1961.— 407 с.
83. *Lipschultz B. et al.* Marfe an edge plasma phenomenon // Nuclear Fusion.— 1984.— 24.— P. 977—988

84. Drake J. F. Marfes: radiative condensation in Tokamak edge plasma // Phys. Fluids.— 1987.— 30.— P. 2429—2433
85. Lipshultz B. Review of Marfe phenomena in Tokamaks // Journal of Nuclear Materials.— 1987.— 145—147.— P. 15—25
86. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. Неоклассическая теория диффузии // Вопросы теории плазмы. Сб.— М., Атомиздат, 1973.— 7.— С. 205—273
87. Hinton F. L., Hazeltine R. D. Theory of plasma transport in toroidal confinement systems // Rev. Modern Physics.— 1976.— 48, № 2.— P. 239—308
88. Chang C. S., Hinton F. L. Effect of finite aspect ratio on the neoclassical ion thermal conductivity in banana regime // Phys. Fluids.— 1982.— 25.— P. 1493—1494
89. Ware A. A. Pinch oscillations in unstable Tokamak plasma // Phys. Rev. Lett.— 1970.— 25, № 1.— P. 916—919
90. Bickerton R. J., Connor J. W., Taylor J. B. Diffusion driven plasma current and bootstrap Tokamak // Nature.— 1971.— 229.— P. 110—113
91. Кадомцев Б. Б., Шафранов В. Д. Стационарный токамак // Plasma Physics and Contr. Nucl. Fusion Res.— 1971.— IAEA, Vienna.— P. 479—489
92. Bell M. et al. An overview of TFTR confinement with intense neutral beam heating // 12-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, October 1988.— IAEA, Vienna.— 1989.— 1.— P. 27—40
93. Adams J. et al. Latest JET results and future prospects // 12-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, October 1988.— IAEA, Vienna.— 1989.— 1.— P. 41—65
94. Aikawa H. et al. Recent progress in JT-60 experiments // 12-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, October 1988.— IAEA, Vienna.— 1989.— 1.— P. 67—81
95. Muller E. R., Soldner F. X., Janeschitz G. et al. Improved confinement at high densities in ohmically heated and gas refueled divertor discharges in ASDEX // Plasma Phys.— 1988.— 1.— P. 19—21
96. Bush C. E. et al. Limiter H-mode experiments on TFTR // Extended Synopses of 13-th Int. Conf. Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fus. Res. Washington, October 1990, IAEA-CN-53-1990-A-4-5.— P. 32
97. Kaye S. M., Goldston R. J. Global energy confinement scaling of neutral beam heated Tokamaks // Nuclear Fusion.— 1985.— 25.— P. 65—69
98. Rebut P. H., Lallia P. P., Watkins M. L. Chaotic magnetic topology and heat transport in Tokamaks // JET Report.— 1988.— JET-P(88)05
99. Odajima K., Shimomura Y. Energy confinement scaling based on offset linear characteristics // Japanese Atomic Energy Research Institute.— March 1988.— JAERI-M 88-068
100. Scott S. D. et al. Current drive and confinement of angular momentum in TFTR // 12-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, October 1988.— IAEA, Vienna.— 1989.— 1.— P. 655—668
101. Васин Н. Л., Есипчук Ю. В., Разумова К. А., Санников В. В. Канонические и предельные профили в токамаке // Физика плазмы.— 1987.— 13, № 1.— С. 109—113
102. Есипчук Ю. В., Кадомцев Б. Б. Оптимальное распределение плотности тока в токамаке // Письма в ЖЭТФ.— 1986.— 43, № 12.— С. 573—575
103. Taylor J. B. Relaxation of toroidal plasma and generation of reversed magnetic fields // Phys. Rev. Lett.— 1974.— 33, № 19.— P. 1139—1141
104. Hsu J. Y., Chu M. S. On the Tokamak equilibrium profile // GA-A18275.— GA Technologies.— 1986
105. Biskamp D. // Preprint IPP 6/258.— Max-Planck-Institute fur Plasma-physik.— 1986
106. Кадомцев Б. Б. Самоорганизация плазмы токамака // Изв. вузов. Радиофиз.— 1986.— 29.— в. 9.— С. 1032—1040

107. *Lazzaro E. et al.* Relaxation model of  $H$ -modes in JET // JET Report.— 1988.— P(88)48.— 24 p.
108. *Scott B. D., Hassam A. B.* Analytical theory of nonlinear drift-tearing mode stability // Phys. Fluids.— 1987.— 30.— P. 90—101
109. *Qu W. X., Callen J. D.* Nonlinear growth of a single neoclassical MHD tearing mode in a Tokamak // University of Wisconsin.— Plasma Report 85—5.— October 1985
110. *Carrera R., Hazeltine R. D., Kotschenreuther M.* Island bootstrap current modification of the nonlinear dynamics of the tearing mode // Phys. Fluids.— 1986.— 29.— P. 899—901
111. *Смоляков А. И.* Дрейфовые магнитные острова в токамаке // Физика плазмы.— 1989.— 15, № 10.— С. 1153—1159
112. *Ohkawa T. A.* Transport model for alcator scaling in Tokamaks // Phys. Lett.— 1978.— 67A, № 1.— P. 35—38
113. *Kadomtsev B. B.* Tokamak energy confinement 1,2 // Comments Plasma Phys. Controlled Fusion.— 1985.— 9, № 5.— P. 227—237
114. *Taylor J. B.* Natural profiles and transport in Tokamaks // IAEA Meeting on Tokamak Transport.— PPPL.— USA.— 8—10 Oct., 1990
115. *Itoh S., Itoh K.* Model of the  $H$ -mode in Tokamaks / HIFT-158.— Hiroshima University.— 1988
116. *Taylor R. J.* Forced poloidal rotation // IAEA Meeting on Tokamak Transport.— PPPL.— USA.— 8—10 Oct., 1990
117. *Hinton F. L.* Thermal confinement bifurcation and the  $L$ - to  $H$ -mode transition in Tokamaks // IAEA Meeting on Tokamak Transport.— PPPL.— USA.— 8—10 Oct., 1990
118. *Taylor R. J., Brown M. L., Fried B. D. et al.*  $H$ -mode behavior induced by cross-field currents in a Tokamak // Phys. Rev. Lett.— 1989.— 63.— P. 2365—2368
119. *Weynants R. R., Bora D., Delvigne T. et al.*  $H$ -mode behaviour induced by radially outwards fields imposed in TEXTOR / Extended synopses of 13-th Int. Conf. Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fus. Res. Washington, October 1990, IAEA-CN-53-1990-A-6-6.— P. 47
120. *Hickok R. L., Schoch P. M., Crowley T. P. et al.* Turbulent fluctuations and transport in TEXT // Extended Synopses of 13-th Int. Conf. Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fus. Res. Washington, October 1990, IAEA-CN-53-1990-A-3-5.— P. 24
121. *Grobner R. J., Peebles W. A., Burrell K. H. et al.* Role of the edge electric field and microturbulence in the  $L$ — $H$  transition // Extended Synopses of 13-th Int. Conf. Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fus. Res. Washington, October 1990, IAEA-CN-53-1990-A-6-4.— P. 45
122. *Burrell K. H. et al.* Physics of the  $L$  to  $H$  transition in the DIII-D Tokamak // Phys. Fluids B.— 1990.— 2(6).— P. 1405—1410
123. *Ohkawa T. A.* New Method of Driving Plasma Current in Fusion Devices // Nuclear Fusion.— 1970.— 10.— P. 185—188
124. *Meade D. M. et al.* Recent TFTR results // Extended Synopses of 13-th Int. Conf. Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fus. Res. Washington, October 1990, IAEA-CN-53-1990-A-1-1.— P. 7
125. *Rebut P. H., the JET Team.* Recent JET results and future prospects // Extended Synopses of 13-th Int. Conf. Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fus. Res. Washington, October 1990, IAEA-CN-53-1990-A-1-2.— P. 8
126. *Nagami M., JT-60 Team.* Recent experiments in JT-60 // Extended Synopses of 13-th Int. Conf. Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fus. Res. Washington, October 1990, IAEA-CN-53-1990-A-1-3.— P. 9
127. *Prater R. et al.* Electron cyclotron heating experiments in DIII-D Tokamak // 12-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, October 1988.— IAEA, Vienna.— 1989.— 1.— P. 527—540
128. *Fisch N. J.* Theory of current drive in plasmas // Reviews of Modern Physics.— 1987.— 59, № 1.— P. 175—230

129. Колесниченко Я. И., Параил В. В., Переверзев Г. В. // Вопросы теории плазмы. Сб.— М., Энергоатомиздат, 1989.— вып. 17.— С. 3—156
  130. Kadomtsev B. V., Troyon F. C., Watkins M. L. Tokamaks // Nuclear Fusion.— 1990.— 30.— P. 1675—1694
  131. Furth et al. Burning Plasmas // Nuclear Fusion.— 1990.— 30.— P. 1799—1816
  132. Cheng C. Z. Alpha particle destabilization of the toroidicity-induced Alfvén eigenmodes // Rep. Princeton Plasma Phys. Lab.— PPPL-2717.— 1990
  133. ITER conceptual design // INTERIM Report.— IAEA, VIENNA.— 1990
  134. Gilleland J. R. et al. ITER Concept Definition // Nuclear Fusion.— 1989.— 29.— P. 1191—1212
  135. ITER Physics Group. ITER physics design guidelines: 1989 (International Thermonuclear Experimental Reactor) // IAEA, Vienna.— Feb 1990.— 43 p.
  136. Wesson J. A. Tokamaks // Oxford Science Publications.— 1987
- 

## СО Д Е Р Ж А Н И Е

От редактора . . . . .	3
Б. Б. Кадомцев. Основы физики плазмы токамака . . . . .	5

УДК 621.039.626

**Б. Б. Кадоц ев. Основы физики плазмы токамака // Итоги науки и техники. Сер. Физика плазмы. Т. 10, ч. 1. — М.: ВИНТИ, 1990. — С. 1—148.**

Дается обзор основных идей и установившихся представлений в физике плазмы токамаков — торондальных магнитных систем, в которых в настоящее время получают плазму с параметрами, очень близкими к необходимым для термоядерного реактора.

В обзоре, рассчитанном на широкий круг научных работников и инженеров, вовлекающихся в исследования по созданию термоядерного реактора, сначала в доступной форме изложены физические основы и статус токамаков. Приведены краткие сведения о теории равновесия и ограничивающих удержания плазмы основных ее неустойчивостей. Рассмотрены полуэмпирические подходы к изучению теплопереносов и диффузии плазмы, основанные на применении законов подобия и размерности. Описаны наблюдаемые проявления крупномасштабных неустойчивостей плазмы, ограничивающие область рабочих режимов токамака. Наибольшее внимание уделено сложнейшей и важнейшей в настоящее время проблеме термоизоляции плазмы. Обсуждены простейшие теоретические представления о переносах. Описано многообразие различных наблюдаемых режимов с различной степенью «аномальности» удержания (термоизоляции) плазмы. На основе идеи самоорганизации плазмы, удерживаемой в магнитном поле, предложен оригинальный механизм аномального теплопереноса в токамаке. Он связан с представлениями о мелкомасштабной «островной» структуре с учетом эффектов кривизны тора. В последних двух разделах кратко описаны методы нагрева и поддержания тока в токамаке, а также некоторые проблемы физики реакторной плазмы, связанные с появлением в ней энергичных заряженных частиц — продуктов термоядерной реакции.

Систематизация в обзоре огромного массива информации по токамакам вместе с доступностью изложения делает обзор полезным как читателям, впервые знакомящимся с проблемами токамака, так и специалистам.

Технический редактор *И. А. Орлова*

Корректор *Л. П. Канарейкина*

Сдано в набор 30.11.90

Подписано в печать 06.02.91

Формат бумаги 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Бум. кн.-журн.

Литературная гарнитура

Высокая печать.

Усл. печ. л. 9,25 Усл. кр -отт. 9,44

Уч.-изд. л. 9,29

Тираж 600 экз.

Заказ 9278

Цена 1 р. 50 к.

Адрес редакции: 125219, Москва, ул. Усневича, 20-а. Тел. 155-44-33

Производственно-издательский комбинат ВИНТИ

140010, Люберцы, 10, Московской обл., Октябрьский просп., 403

## О П Е Ч А Т К И

к ИНТ сер. «Физика плазмы», т. 10, ч. 1, 1991 г.

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
89	4 св.	$\varepsilon v_{\perp}$	$\sqrt{\varepsilon} v_{\perp}$
120	19 св.	... нужные сам	... нужные нам
125	13 сн.	$\delta \sim \frac{\omega_{ci}}{\omega^*} \frac{e\varphi}{m_i v} \frac{k\omega}{\omega_{ci}}$	$\delta \infty \frac{\omega_{ci}}{\omega^*} \frac{e\varphi}{m_i v_{\perp}} \frac{k\omega}{\omega_{ci}}$